



ASTROFÍSICA, RELATIVIDAD Y MECÁNICA CUÁNTICA PARA INGENIEROS INQUIETOS

LA RELATIVIDAD



Structuralia

Este documento es de uso único e intransferible para el alumno matriculado en el curso. Cualquier reproducción física o digital del documento sin permiso de los autores vulnera los derechos de propiedad intelectual de los mismos.

ÍNDICE

ÍNDICE.....	3
1. LA RELATIVIDAD.....	5
1.1 El problema con la velocidad de la luz. Un quebradero de cabeza	5
1.1.1. El éter. Fizeu. Michelson y Morley.....	7
1.1.2. La velocidad de la luz es constante.....	10
1.1.3. Las ecuaciones de transformación de Lorentz.....	12
1.2 Y llegó Einstein. La relatividad especial	25
1.2.1. El problema del espacio absoluto. Newton, Berkeley, Mach y Einstein	27
1.2.2. Reflexiones de Einstein sobre el espacio absoluto	31
1.2.3. Reflexiones de Einstein sobre el tiempo absoluto.....	33
1.2.4. La relatividad en las medidas. La contracción de Lorentz.....	40
1.2.5. La relatividad de la masa.....	42
1.2.6. La ecuación más famosa de la historia	48
1.2.7. La reconciliación de la relatividad especial con Newton	53
1.2.8. La paradoja de los gemelos. Paul Langevin. 1911.....	55
1.3 La relatividad general.	56
1.3.1. El experimento mental del ascensor	57
1.3.2. El experimento mental del suelo de la Tierra que asciende aceleradamente	61
1.3.3. La curvatura de la luz. Primera demostración de la relatividad general.....	67
1.3.4. Galileo, Newton y Einstein. Masa inercial y masa gravitatoria	68
1.3.5. Un espacio-tiempo de cuatro dimensiones	71
1.3.6. El espacio-tiempo	76
1.3.7. Las geodésicas.....	78
1.3.8. Sistemas inerciales y sistemas no inerciales.	79
1.3.9. El juicio de la iglesia a Galileo	81
1.3.10. Como podemos generar gravedad en una nave espacial.....	83
1.3.11. La deformación del espacio-tiempo por efecto de la gravedad.....	84
1.3.12. Análisis de las geodésicas en la deformación del espacio-tiempo.....	89
1.3.13. El cono de luz	98
1.3.14. Sucesos simultáneos en relatividad	101
1.3.15. La solución a la paradoja de los gemelos	102
1.3.16. Dilatación gravitacional del tiempo	108
1.3.17. La Geometría no euclidiana	111
1.3.18. Los agujeros de gusano	113

1.3.19. <i>El éxito de la Relatividad. Sus demostraciones</i>	114
1.3.20. <i>Un duro golpe al materialismo</i>	117

1. LA RELATIVIDAD

A lo largo del capítulo anterior hemos estudiado los grandes descubrimientos que los astrofísicos lograron a lo largo del siglo XIX, solo analizando el espectro de luz de las estrellas. En este segundo capítulo nos adentramos en un mundo extraño. El mundo que nos fue dibujando la ciencia desde los inicios del siglo XX no resultó ser como pensábamos.

A este segundo capítulo sobre la teoría de la relatividad de Einstein le dedicaremos algo más de tiempo y dedicación, puesto que es necesario explicar conceptos que pueden resultar difícilmente intuitivos. Sin embargo, todas estas ideas nacen de una única cabeza privilegiada. Mi reto es que se logren entender los conceptos más importantes de la teoría de relatividad especial y general. Hay un gran número de publicaciones, libros y videos que tratan de explicar la relatividad, pero algunos son excesivamente simplistas porque quieren dirigirse a cualquier persona y, por tanto, en realidad no la explican. Y otros son excesivamente matemáticos y complejos, y por tanto, no se entienden.

El principal objetivo es lograr transmitir y captar las imágenes y pensamientos intuitivos que empujaron a Einstein hacia esta locura. La teoría de la Relatividad es una de las grandes revoluciones científicas de la historia y, a diferencia de otros cambios de paradigma, en este caso esta revolución nace entera y prácticamente completa de la cabeza de un solo hombre.

El pensamiento de Einstein era sobre todo creativo, intuitivo, imaginativo. No era una mente puramente matemática como la de Newton. La cabeza de Einstein buscaba “sensaciones” que encajaran. Os invito a adentraros en una de las más increíbles construcciones de la mente humana.

1.1 El problema con la velocidad de la luz. Un quebradero de cabeza

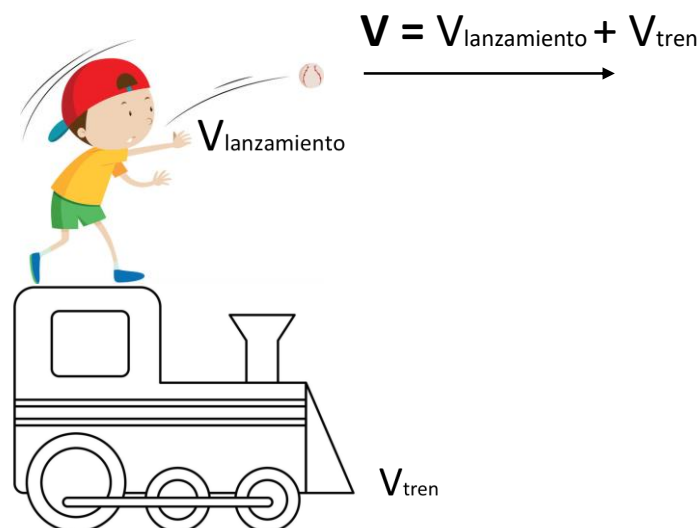
A comienzos del siglo XX los científicos tenían un gran dilema que resolver. En 1862 Maxwell, a partir de una serie de importantes experimentos científicos con campos electromagnéticos, logró deducir las ecuaciones de propagación de las ondas electromagnéticas. Dedujo que la naturaleza de la luz era un campo magnético variable, que a su vez generaba un campo eléctrico variable, que a su vez generaba un campo magnético variable, etc., propagándose así por el espacio.

Con sus ecuaciones físico-matemáticas logró demostrar la velocidad teórica a la que debían viajar estas ondas de campos autoinducidos, y resultó ser de 300.000 km/s, justo la velocidad de la luz, que ya se conocía desde que en 1676 el danés Romer la había calculado gracias a los satélites de Júpiter.

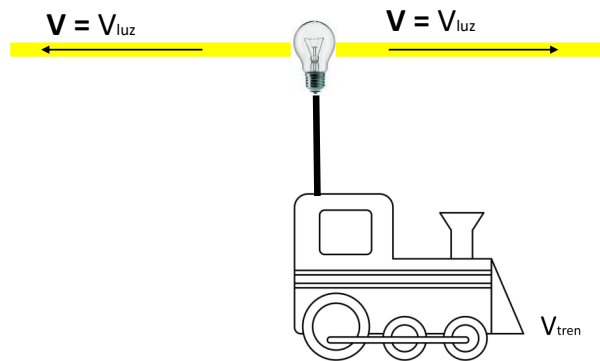
¿Es posible que la luz fuera una onda de campos eléctricos y magnéticos como la que proponía Maxwell?

Pero si, en efecto, la luz era una onda, entonces debía de existir un material en el espacio que permitiera su propagación. Todos tenemos la experiencia de que hace falta agua para transmitir las olas. O hace falta aire para transmitir las ondas de presión que forman el sonido. Para los científicos de finales del siglo XIX era evidente que era necesario siempre algo físico material para poder transmitir ondas. En el espacio debía de haber también materia, a esta materia la llamaron **éter**.

Pero lo más intrigante es que Maxwell demostró con sus ecuaciones físicas que la velocidad que detectaríamos para la luz, sería siempre de 300.000 km/s, ¡con independencia de la velocidad de la fuente de luz! Esto obviamente era difícil de asumir. Desde hace mucho sabemos que las velocidades se suman. Por ejemplo, un niño que lanza una pelota hacia adelante desde un tren logrará que la pelota tome una velocidad igual a la del tren + la velocidad de lanzamiento.



Pero con la luz no parecía ocurrir esto. La luz emitida va a 300.000 km/s con independencia de la velocidad de la fuente:



La Velocidad de la luz no depende de la velocidad del tren

Esto solo era posible si imaginábamos que la luz viajaba en un éter estático, que no se mueve. Solo respecto a ese éter tendrían sentido las conclusiones de Maxwell. La velocidad de la luz sería constante en el éter estático.

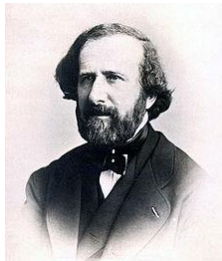
1.1.1. El éter. Fizeu. Michelson y Morley

Se filosofaba por entonces sobre las características que debía cumplir el éter, la materia que de alguna manera ocupaba el espacio. Desde luego debía estar en reposo absoluto, ser **invisible** y prácticamente **indetectable**. Pero además debía de ser infinito y continuo, de manera que rellenara todos los huecos del espacio y permitiera la propagación de las ondas de luz. Pero dada la frecuencia de las ondas de luz, debía de ser **extremadamente rígido**, de hecho, debía ser millones de veces más rígido que el acero para poder transmitir longitudes de onda tan pequeñas como la luz azul, por ejemplo.

Además, **no podía tener masa ni viscosidad**, porque afectaría a las órbitas de los planetas. Era por tanto ligerísimo. Era un material tan ligero que atravesaba, sin efecto alguno, la Tierra y todos los materiales terrestres.

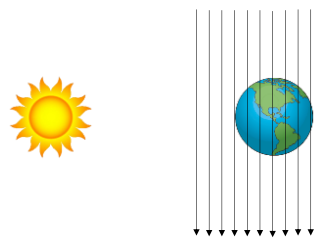
Estando así las cosas, todos se pusieron a intentar detectar el éter de alguna forma.

Fizeau ensayó en 1849 un experimento ingenioso. Él no era capaz de detectar el éter pero, si era verdad que el éter nos está atravesando constantemente, lo debía hacer en una dirección determinada. Por lo tanto, debíamos tener en la Tierra una “corriente de éter” que nos atraviesa ¿Afectará esa corriente de éter a la velocidad de la luz?



Fizeau, 1849. Buscando “la corriente de éter”

Si la tierra gira alrededor del sol, el éter que está inmóvil, debe estar atravesándonos. Debe existir una “corriente de éter”

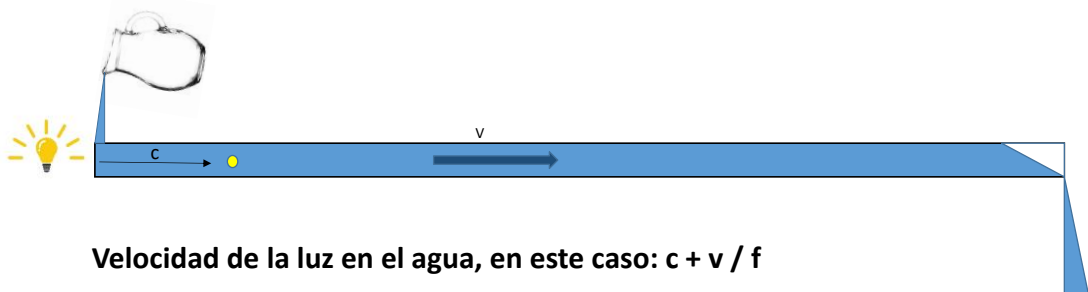


Sería interesante hacer experimentos para ver como la luz se deja “arrastrar” por el medio en que viaja

Un nadador que viaja en una corriente lleva la velocidad de la corriente + su propia velocidad de impulso ¿no le ocurre lo mismo a la luz?

Fizeau quiso ensayar como viaja la luz en el agua, si ésta va a favor o si va en contra ¿cambia la velocidad de la luz en este caso?

Y en efecto demostró que la velocidad cambia. La velocidad de la luz es menor si el agua va en contra, y es mayor si el agua va a favor. Luego la luz sí se deja arrastrar por el agua, pero la velocidad resultante no era exactamente la suma de las velocidades¹.



¹ Recuerda este detalle de que la velocidad resultante no es exactamente la suma o resta de las velocidades del agua y la luz. Esto lo resolverá Einstein un poco más abajo...

Pero si la luz se deja arrastrar por el agua, también deberíamos notar que se deja arrastrar por el éter... Entonces la velocidad de la luz en la Tierra debería ser distinta en una dirección que en otras, y sería máxima en la dirección en la que nos atraviesa el éter.

En 1887 Michelson y Morley intentaron detectar esa “corriente del éter”. Si la luz se propaga por el éter, y la Tierra también se mueve a través del éter, debemos de alguna manera ser capaces de detectar esa corriente de éter que nos atraviesa.

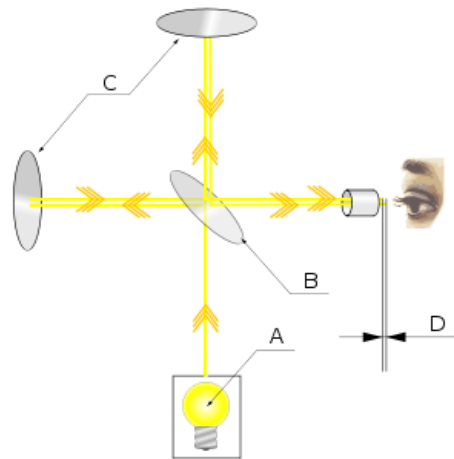
¿Cómo podemos averiguar si un río tiene corriente? Podemos hacerlo por ejemplo así: Desde una roca en medio del río soltamos cuatro perros idénticos y les pedimos que naden cada uno en una dirección. De esa manera detectamos hacia donde se mueve la corriente. En el caso del dibujo, el perro que nada en la dirección de la corriente se moverá mucho más rápido que los otros tres.



Detectar la dirección de la corriente del éter que nos atraviesa, sería tan fácil como medir la velocidad de la luz en diferentes direcciones y detectar así cual es la dirección privilegiada que logra la máxima velocidad de la luz, y esa sería la dirección de la corriente del éter en ese instante.

Michelson y Morley realizaron este experimento con un espejo semi reflectante que desviaba un rayo de luz en dos direcciones distintas, un haz en sentido longitudinal y otro en sentido perpendicular.

Lograban luego juntar los caminos de ambos haces después de haber recorrido el mismo camino, y al juntarlos analizaba si existía algún tipo de desajuste (interferencias) entre los distintos caminos. Si existían desajustes (interferencias) es porque los haces habían recorrido el camino a velocidades distintas. Si no había interferencias es que habían tardado exactamente lo mismo.



La sorpresa fue que no encontraron ninguna diferencia en las velocidades de la luz. Se propagaba exactamente a la misma velocidad, en todas las direcciones.

Pero recordemos que Fizeau había demostrado que la luz se deja arrastrar por el medio en el que viaja. Si existe el éter, por fuerza debía de existir una “corriente de éter” que nos atraviesa, pero Michelson y Morley demostraron que no había ninguna dirección privilegiada en la velocidad de la luz como consecuencia de esa supuesta “corriente de éter” ¿Quizás el éter no existía? De ser así la luz viaja en el espacio vacío.

Pero si el éter no existía... nos enfrentamos a un problema y un misterio mucho más serio. Según Maxwell la velocidad de la luz es constante con independencia de la velocidad de la fuente ¿por qué?

1.1.2. La velocidad de la luz es constante

Las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo **deducían** que la velocidad de la luz debe ser de 300.000 km/s. Debe de propagarse a esa velocidad en el espacio vacío, con independencia de la velocidad de la fuente.

Esto venía a querer decir algo realmente desconcertante.

Según esta demostración teórica que hizo Maxwell, que era incuestionable, la velocidad de la luz parecía no depender del movimiento del observador ni del movimiento de la fuente. Y los experimentos demostraban una y otra vez que, en efecto, la velocidad de la luz que medía un observador ¡no dependía de la velocidad que llevaba dicho observador! (De Sitter)

Es decir, cuando la Tierra se dirige hacia la estrella Vega, mediríamos que la velocidad de la luz que nos llega de esa estrella Vega es 300.000 km/s. Y cuando la Tierra se aleja de Vega, mediríamos que la velocidad de la luz que nos llega de Vega es exactamente la misma.

¿Qué tipo de misterio físico era este?

Parecía que la velocidad de la luz es una constante. No quiere esto decir, únicamente, que siempre viaja a la misma velocidad porque es muy rápida (como lo puede hacer un tren por su vía, que viaja a una velocidad constante).

Lo que queremos decir es que, aunque nos estemos acercando al emisor, o nos estemos alejando, ¡la velocidad que medimos para la luz es siempre la misma!

Esto era una enorme paradoja, que fue analizada matemáticamente por Lorentz, como veremos a continuación.

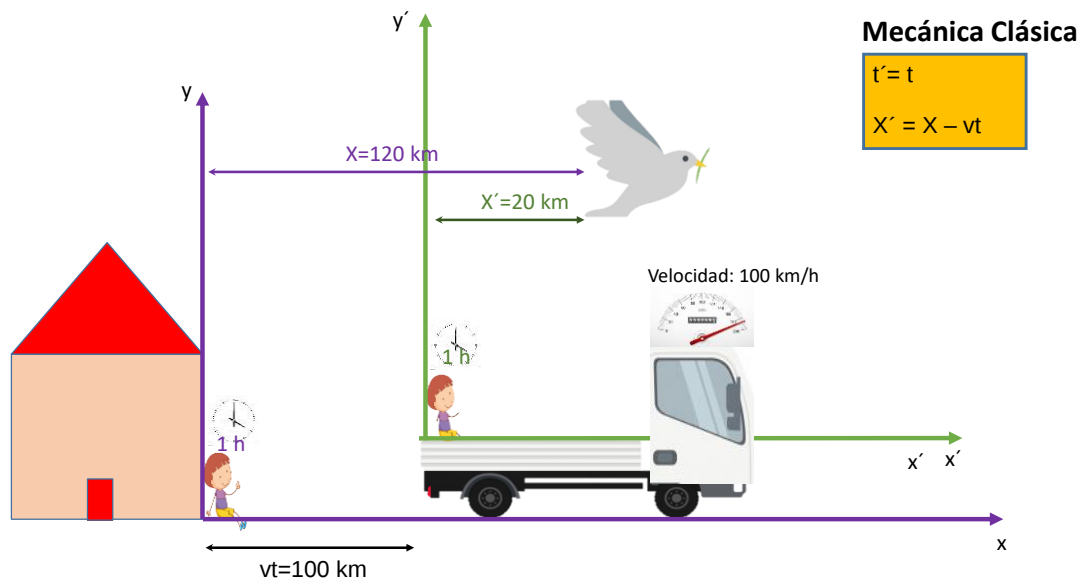
Mediciones de la velocidad de la luz desde un sistema fijo y otro en movimiento

Imaginemos a dos científicos que quieren medir a qué velocidad vuela una paloma.

Uno de los científicos, sentado junto a una casa, está midiendo la velocidad a la que se aleja la paloma, por ejemplo, midiendo la distancia que ha recorrido la paloma después de 1 hora, que resulta ser de 120 km.

Y el otro está sentado en un vehículo que se aleja de la casa y viaja a 100km/h y hace lo mismo y comprueba que la paloma ha avanzado 20 km en una hora.

La idea es que ambos científicos encuentren una regla que relacione ambas medidas.



Las ecuaciones que transforman los puntos de vista de un científico con el otro son muy sencillas. Es física elemental:

$$t' = t$$

$$X' = X - vt$$

Según esta física elemental, por supuesto, los tiempos (t' y t) que toman ambos son los mismos, es decir, sus relojes van a la misma velocidad ¡Faltaría más!

Y las distancias que mide el científico que va en el vehículo son menores puesto que el vehículo está avanzando en la dirección de la paloma.

Pero algo debía de estar mal planteado en estas simples ecuaciones cuando medimos la velocidad de la luz. Porque si es un fotón el que viaja, **ambos científicos deben medir la misma velocidad para el fotón.**

1.1.3. Las ecuaciones de transformación de Lorentz

En el año 1900 Lorentz se plantea la siguiente pregunta ¿Qué hay que modificar en las ecuaciones de transformación clásicas que hemos visto antes, para que se cumpla que la velocidad de la luz sea siempre de 300.000 km/s, se mida desde el vehículo o desde la casa?

Recordemos que éstas eran las ecuaciones de mecánica clásica:

$$t' = t$$

$$X' = X - vt$$

Lorentz se lo planteó como un ejercicio matemático curioso, pero lo que encontró, cambiaría el mundo de la física cuando cayó en manos de Einstein.

Y, en efecto, Lorentz no tardó en encontrar cuáles deberían ser las ecuaciones de transformación que hicieran siempre constante la velocidad:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

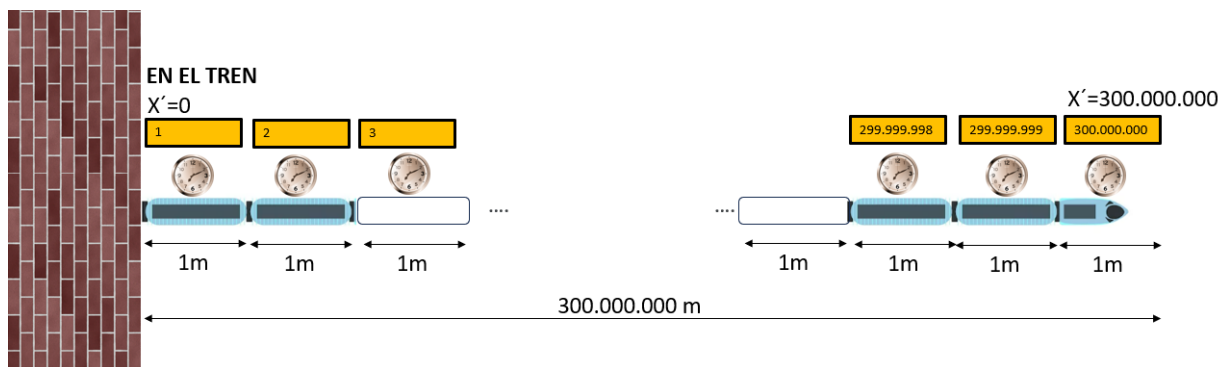
Veamos cómo funcionan:

Mediciones de la velocidad de la luz desde un sistema fijo y otro en movimiento, con mecánica relativista

A lo largo de este apartado trataremos de ver como se comportaría el mundo si las ecuaciones de Lorentz realmente ocurren en la naturaleza. Vamos a ver que sería un mundo muy extraño. Si en algún momento te resulta difícil seguir la explicación, no te preocupes, son solo matemáticas, puedes ir directamente al final del apartado a ver las conclusiones. El ejercicio que planteamos puede parecer “rebuscado” pero es debido a que, como vamos a ver, es necesario ser muy cuidadoso a la hora de definir qué es simultáneo y qué no.

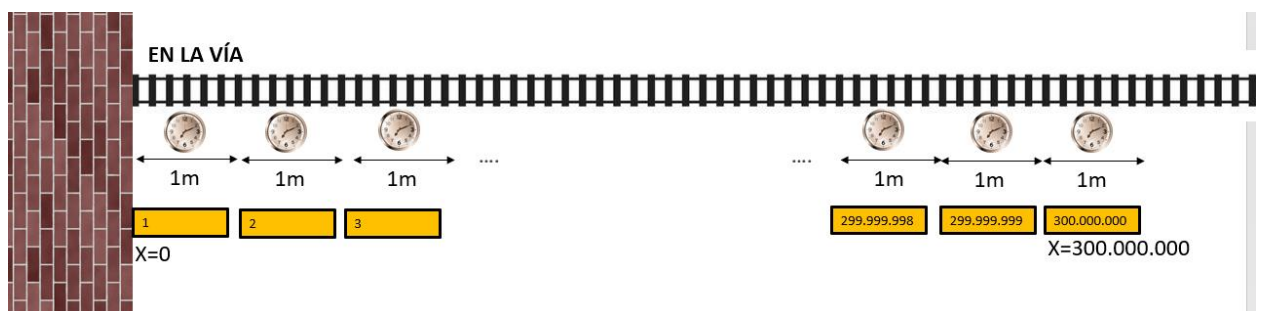
En este caso, vamos a considerar que el vehículo es un larguísimo tren de 300.000 km de longitud que es capaz de alcanzar la mitad de la velocidad de la luz (150.000 km/s). Cada vagón del tren mide 1 metro, y en cada vagón hay un reloj. De manera que el tren tiene 300.000.000 vagones y 300.000.000 relojes.

Dentro del tren, el número del vagón y el tiempo marcado por cada reloj de cada vagón lo representamos con x' y t' .



Adicionalmente, en la vía del tren hay también un reloj cada metro de distancia. De manera que, en la vía, hay también 300.000.000 relojes.

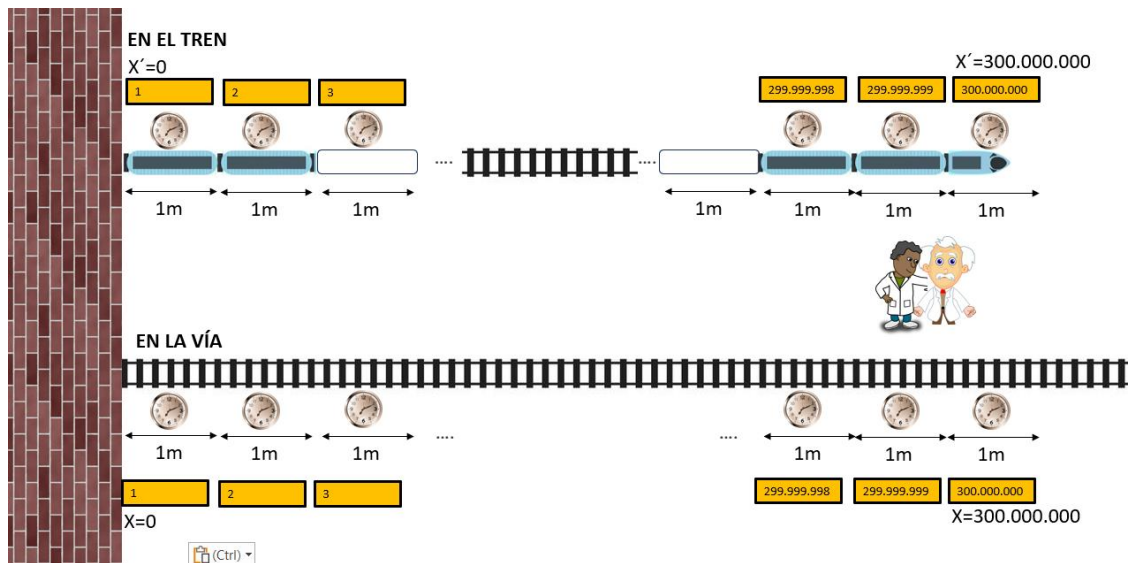
Dentro de la vía, el número de posición de cada reloj y el tiempo marcado por cada reloj de la vía lo representamos con x y t .



Cuando el tren vaya a su máxima velocidad (150.000 km/s), tanto el científico del tren como el científico de la vía quieren medir a qué velocidad va el fotón respecto a ellos.

El tren inicialmente está parado en la vía. Y, mientras está parado, ambos científicos hacen comprobaciones para asegurarse de que está todo correcto.

Mientras el tren está parado ambos andan un largo paseo de 300.000 km en la dirección de la vía y del tren, y cuando llegan a la derecha del todo, al inicio de la locomotora, se saludan por la ventanilla y comprueban que, efectivamente, el reloj de la vía número 300.000.000 está exactamente a la misma distancia que el reloj que está en el vagón número 300.000.000, y que ambos relojes van perfectamente acompasados. Perfecto.



Estamos listos para iniciar el experimento.

El tren se pone en marcha y da un largo rodeo para acelerar y alcanzar la velocidad de 150.000 km/s.

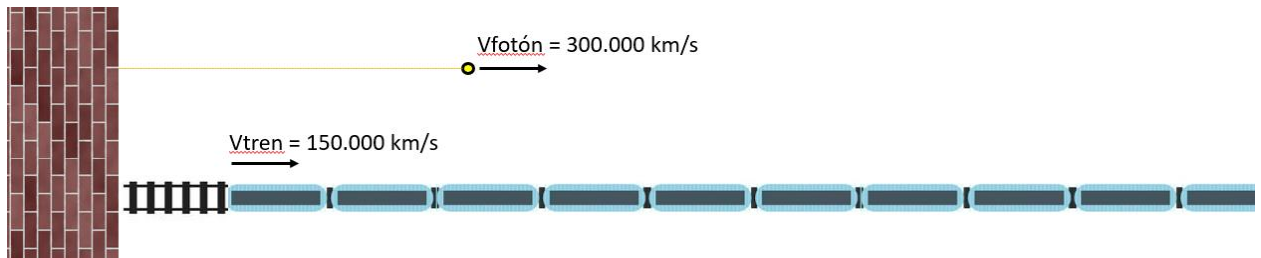
Cuando ya ha alcanzado esa velocidad pasa **a velocidad constante, y en línea recta**, por la vía que tenemos preparada.

El científico del tren se sitúa en el vagón de cola, y el de la vía se sitúa en el reloj número 1.

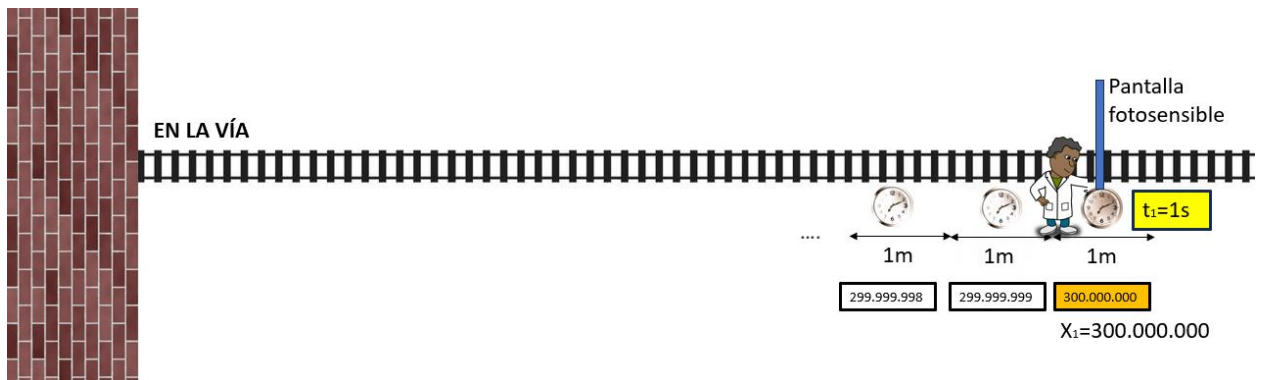
Justo en el momento en que pasa la cola del tren por el reloj número 1 en la vía, es decir, justo en el momento en que el tren está en la posición inicial, se lanza también el fotón en la misma dirección.

Los relojes del tren y de la vía se ponen a cero justo cuando la cola del vagón está encima del reloj número 1 en la vía, es decir, justo cuando ambos científicos están en el mismo lugar².

Los dos científicos, que no son expertos en relatividad, están de acuerdo en hacerlo así, porque es la manera de garantizar que todos los relojes se pondrán a cero en el mismo instante.



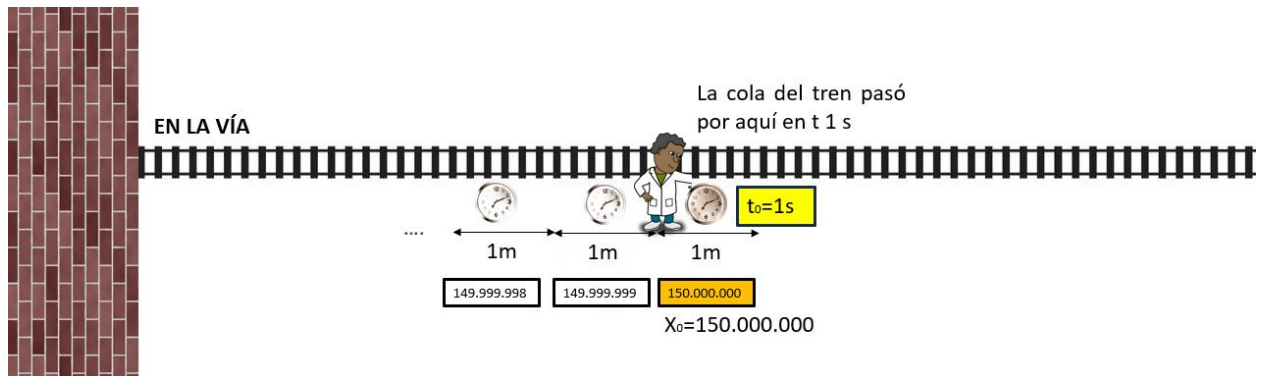
Al cabo de un breve lapso de tiempo, el fotón se ha estrellado contra un dispositivo fotosensible que había en la vía, que ha paralizado el reloj número 300.000.000 de la vía ($x_1 = 300.000.000$), situado a 300.000 km de distancia. Cuando el científico **de la vía** llega hasta allí, comprueba que ese lejano reloj de la vía se paró cuando marcaba exactamente $t_1 = 1 \text{ s}$. Luego, según sus cálculos, la velocidad ha sido, por tanto, **de 300.000 km/s respecto a la vía**. Hasta el momento, todo cuadra.



La parte de atrás del tren tiene además un dispositivo que va parando los relojes **de la vía** según va pasando.

² Los científicos tendrían en cuenta que los relojes más alejados reciben la señal algo retardada (porque la señal de inicio no puede viajar más rápido que la velocidad de la luz) y, por tanto, esos relojes empezarían, no en 0, sino en 0,03, o en 0,05, etc. (según la distancia a la que se encuentren del reloj número 1 en la vía y en el tren). De esa manera se aseguran de que todos los relojes marcan los tiempos de manera totalmente síncrona.

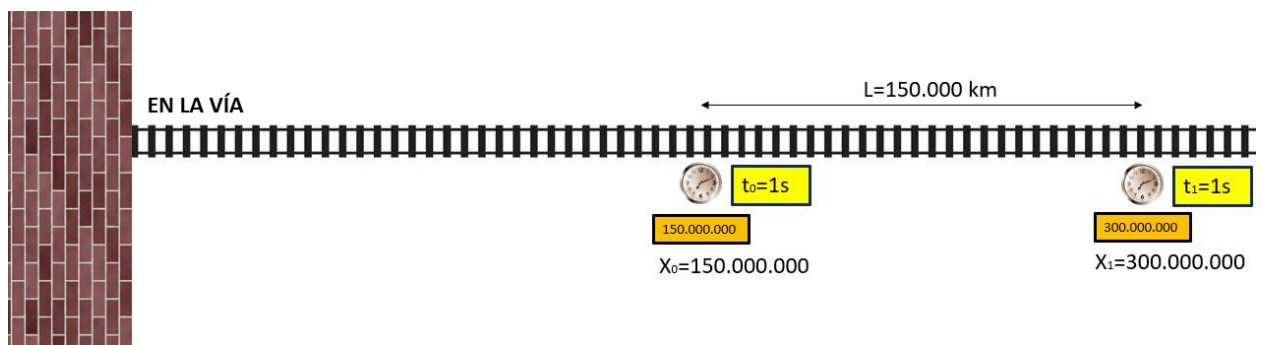
El científico de la vía comprueba que el reloj número 150.000.000 de la vía ($x_0=150.000.000$ m) se paró por el contacto de la cola del tren cuando marcaba $t_0 = 1$ s. Esto cuadra, porque el tren va a 150.000 km/s y, por tanto, la cola del tren habrá recorrido 150.000 km en un segundo. Es decir, en el instante ($t_0 = 1$ s; $t_1 = 1$ s) teníamos la cabecera del tren en el reloj 300.000.000 y la cola en el reloj 150.000.000. Todo va bien de momento, según lo que estudiamos en la escuela.



El científico puede comprobar que entre el reloj que paró la cola del tren y el reloj que paró el fotón hay, exactamente, 150.000 km (150.000.000 relojes), como era de esperar. Y en ambos lugares, cada uno de los dos relojes marcan 1 segundo (t_0 y $t_1 = 1$ s).

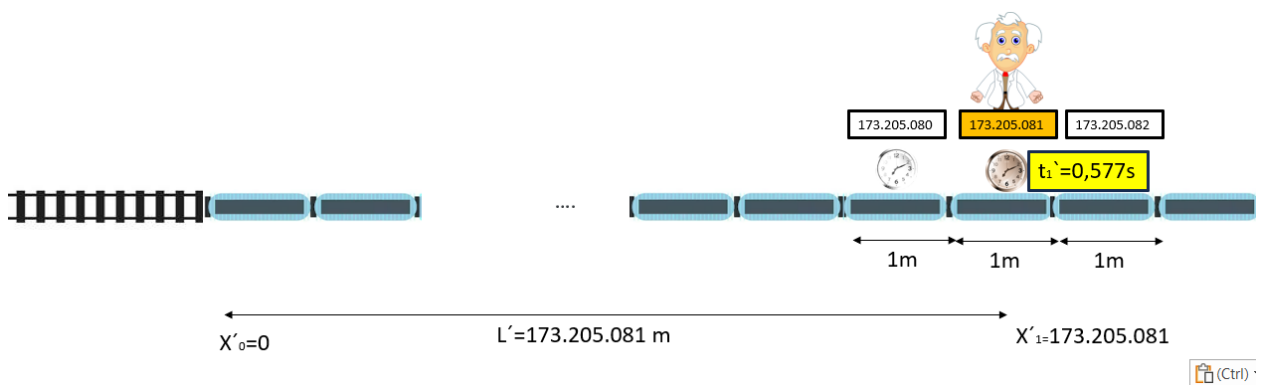
En adelante, llamamos $L = x_1 - x_0 = 150.000.000$ m a esa distancia entre estos dos relojes de la vía que han quedado parados marcando 1 segundo.

Para el científico de la vía ocurre de manera simultánea, exactamente en el mismo momento, que el fotón se estrella contra la pantalla fotosensible y que la cola del tren pasa por el reloj número 150.000.000. Ambas cosas suceden en $t=1$.



El científico que va en el vagón también quiso medir la velocidad a la que iba el fotón. Para eso había inventado un artilugio que comunicaba el reloj de **cada vagón** con el reloj de la vía que tiene justo más cercano. Estaba todo preparado de manera que, cuando el reloj de la vía se paró como consecuencia del impacto del fotón, también se paró el reloj que estaba en el vagón que pasaba justo por ahí en ese momento. Cuando el científico del tren miró en qué vagón estaba ese reloj parado, resultó que estaba en el vagón número 173.205.081 ($x'_1=173.205.081$). Está por tanto a 173.205.081 m del vagón de cola del tren ($x'_0=0$). A esta distancia la llamaremos $L' = x'_1 - x'_0 = 173.205.081$ m.

Él sabe que ese reloj del vagón 173.205.081 se paró exactamente a la vez que el impacto del fotón en la célula fotosensible que había en la vía. Cuando lo mira comprueba que ese reloj se paró cuando marcaba $t'_1 = 0,577$ segundos.



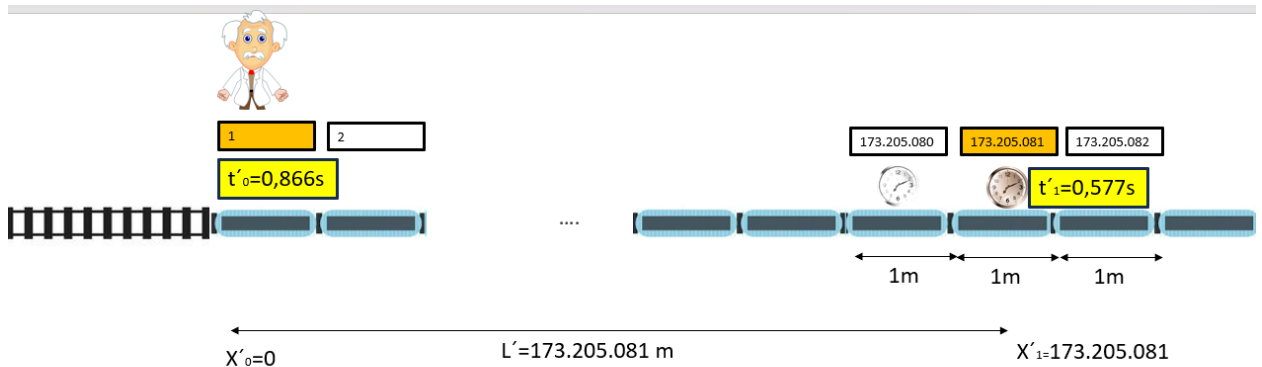
Cuando el científico del tren hace sus cálculos para averiguar a qué velocidad pasó el fotón respecto al tren, resulta que, respecto al tren, el fotón ha recorrido 173.205.081 vagones en 0,577 segundos:

$$v' = \frac{L'}{t'} = \frac{173.205.081 \text{ m}}{0,577 \text{ s}} = 300.000.000 \text{ m/s}$$

En efecto, para el científico del tren, el fotón ha ido también a una velocidad de 300.000 km/s.

El científico **del tren** fue además muy previsor y preparó un artilugio que paraba el reloj del vagón de cola del tren cuando el reloj de la vía por la que pasaba marcara 1 s.

Cuando fue a comprobar qué marcaba el reloj de la cola del tren, pudo ver que se había parado en $t'_0 = 0,866s$. Le resulta curioso, porque todo estaba diseñado para que ese vagón de cola se parara cuando el reloj de la vía que está al lado marcara 1 segundo.



Si viviéramos en un mundo extraño que cumpliera las ecuaciones de Lorentz, podemos ver que ambos sujetos están midiendo que el fotón va a la velocidad de la luz.

Es decir, estos científicos viven ahora en un mundo tan raro que, aunque el tren se mueve a la mitad de la velocidad de la luz, para el científico que viaja dentro del tren, ¡el fotón sigue adelantándole a la velocidad de la luz!

Si, pero... espera un momento... ¡aquí se está diciendo que el reloj que va en el vagón va mucho más lento! Sabemos positivamente que el reloj de la vía número 300.000.000, que se paró como consecuencia del impacto del fotón, se paró a la vez que el reloj que está en el vagón número 173.205.081, puesto que ambos estaban en contacto en ese preciso instante. Y sin embargo, marcan tiempos distintos:

El de la vía marca $t_1=1 s$. El del vagón marca $t'_1= 0,57 s$.

Ambos científicos se extrañan del suceso porque, con el procedimiento que hicieron, creían estar totalmente seguros de que ambos relojes se pusieron en marcha a la vez, y se pararon a la vez.

Y lo mismo sucede con el reloj del vagón de cola, el cual marca $t'_0= 0,866 s$ justo en el momento en que el reloj de la vía, justo contiguo, marcaba $t_0=1s$.

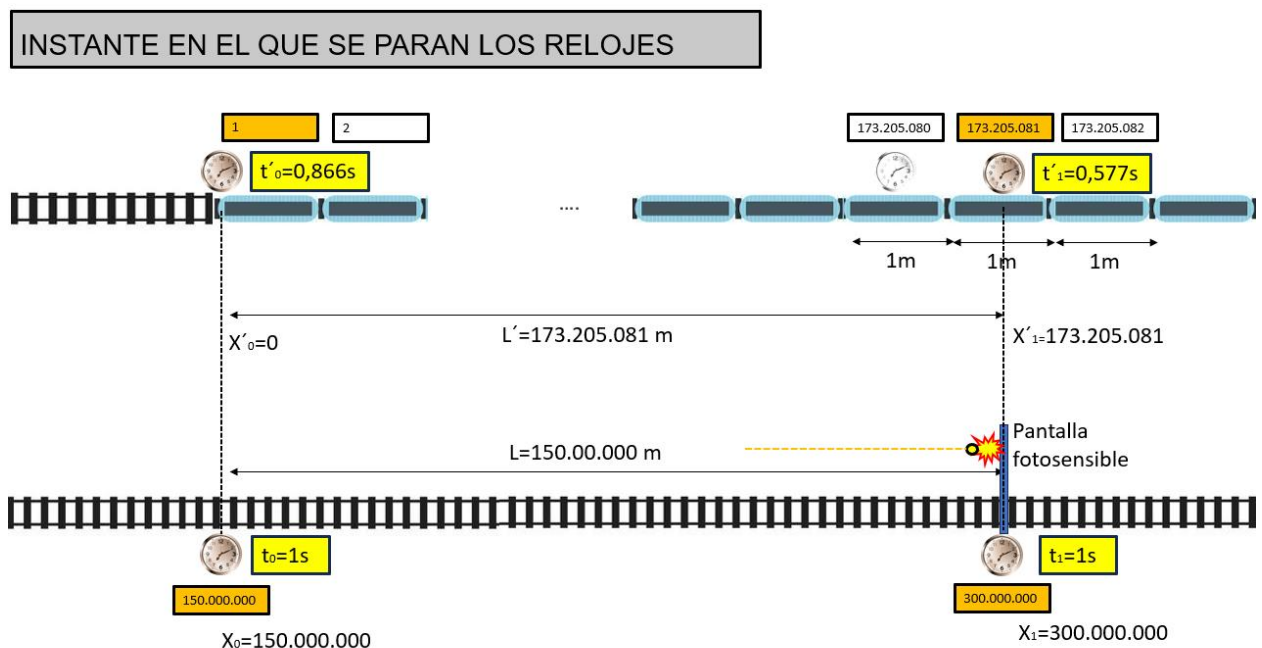
Y no solo habría una incongruencia entre ambos observadores respecto al tiempo, también la habría respecto a las dimensiones.

Porque para el observador en la vía, la distancia entre la cola del vehículo y el impacto del fotón es de $L=150.000.000$ m (150.000.000 relojes). Pero para el que está en el tren, el impacto del fotón se produce en el vagón número 173.205.081, es decir, a $L'=173.205.081$ metros de distancia respecto a la cola del tren.

Es decir, para el científico que está en la vía, el tren ha acortado su distancia natural, porque **los 173.205.081 vagones cabían en 150.000.000 metros de vía mientras viajaban**.

El científico del tren, para asegurarse de que su tren no ha empequeñecido, mientras viaja, mide de nuevo cada uno de los vagones, y siguen midiendo 1 m, como siempre.

Representamos a continuación el resumen del **instante en el que se paran los relojes**, justo cuando el fotón impacta en la pantalla fotosensible en el reloj 300.000.000 de la vía:



Con este esquema entendemos bien que el fotón ha recorrido 300.000 km en la vía (ha avanzado desde el reloj número 1 de la vía hasta el reloj número 300.000.000 de la vía), y lo ha hecho en 1 segundo según los relojes de la vía. El fotón ha viajado, por tanto, respecto a la vía, a 300.000 km/s.

Y entendemos también que, respecto al tren, el fotón ha recorrido 173.205.081 vagones en 0,577 segundos. Ha ido, respecto al tren, a 300.000 km/s.

Pero claro, esto lo conseguimos a base de considerar que las distancias en ambos sistemas son distintas, y los tiempos también.

Y aún hay más. Otro de los problemas graves que observamos es que los sucesos, que para la vía son simultáneos en $t=1$ (la cabecera del tren pasa por el reloj 300.000.000 de la vía a la vez que la cola del tren pasa por el reloj de la vía número 150.000.000), para el viajero del tren no son simultáneos. Porque, para el viajero del tren, la cabecera del tren pasa por el reloj de la vía número 300.000.000 en $t'=0,577$ s. Y la cola del tren pasa por el reloj de la vía número 150.000.000 en $t'=0,866$ s.

Es decir, los científicos **ni siquiera se pondrían de acuerdo en qué sucesos son simultáneos**.

Explicamos a continuación como se calculan t' y x' según las transformaciones de Lorentz

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

En la **cola** del tren: $t_0=1$; $x_0=150.000.000$

$$x_0' = \frac{150.000.000 - (150.000.000 \times 1)}{\sqrt{1 - \frac{150.000.000^2}{c^2}}} = 0 \text{ m}$$

$$t_0' = \frac{1 - \left(\frac{150.000.000}{c^2} \times 150.000.000\right)}{\sqrt{1 - \frac{150.000.000^2}{c^2}}} = 0,866 \text{ s}$$

En la **célula fotosensible**: $t_1=1$; $x_1=300.000.000$

$$x_1' = \frac{300.000.000 - (150.000.000 \times 1)}{\sqrt{1 - \frac{150.000.000^2}{c^2}}} = 173.205.081 \text{ m}$$

$$t_1' = \frac{1 - \left(\frac{150.000.000}{c^2} \times 300.000.000\right)}{\sqrt{1 - \frac{150.000.000^2}{c^2}}} = 0,57735 \text{ s}$$

¿Y qué pasó en el instante “inicial”? ¿realmente todos los relojes se pusieron en marcha a la vez? Para **el científico de la vía**, todos los relojes de su sistema, es decir, **todos los relojes de la vía** se ponen en marcha a la vez. Pero el científico de la vía puede demostrar que los relojes del tren se han puesto en marcha en momentos distintos, de hecho, se ponen en marcha más tarde cuanto más lejos están de la cola del tren³.

³ Los relojes de los vagones de adelante se ponen en marcha tarde, a pesar de que se había tenido en cuenta el efecto de retardo de la señal eléctrica

En concreto, el reloj del vagón número 43.301.270 se puso en marcha (es decir, $t'=0$) justo cuando pasaba a la altura del número 150.000.000 en la vía, y el reloj de la vía marcaba ya $t=0,5s$. De nuevo los científicos no están de acuerdo en qué sucesos son simultáneos. Explicamos a continuación estos números:

$$t' = 0; x = 150.000.000$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

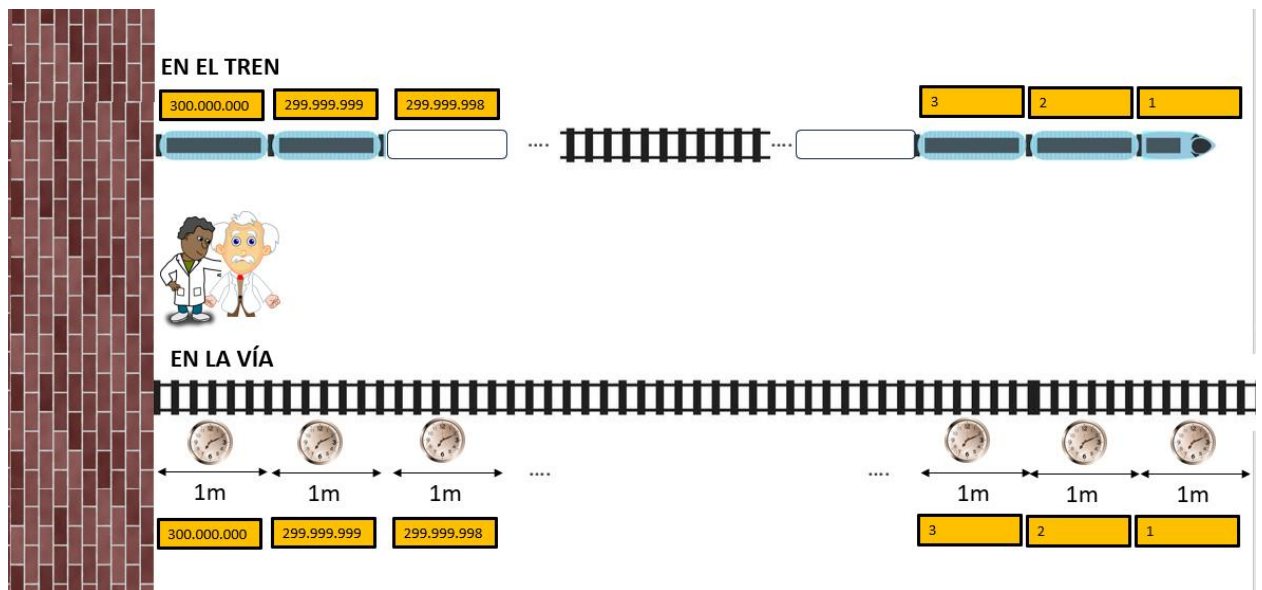
Despejando t es fácil llegar a que $t=0,5s$. Y teniendo en cuenta esta otra fórmula

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

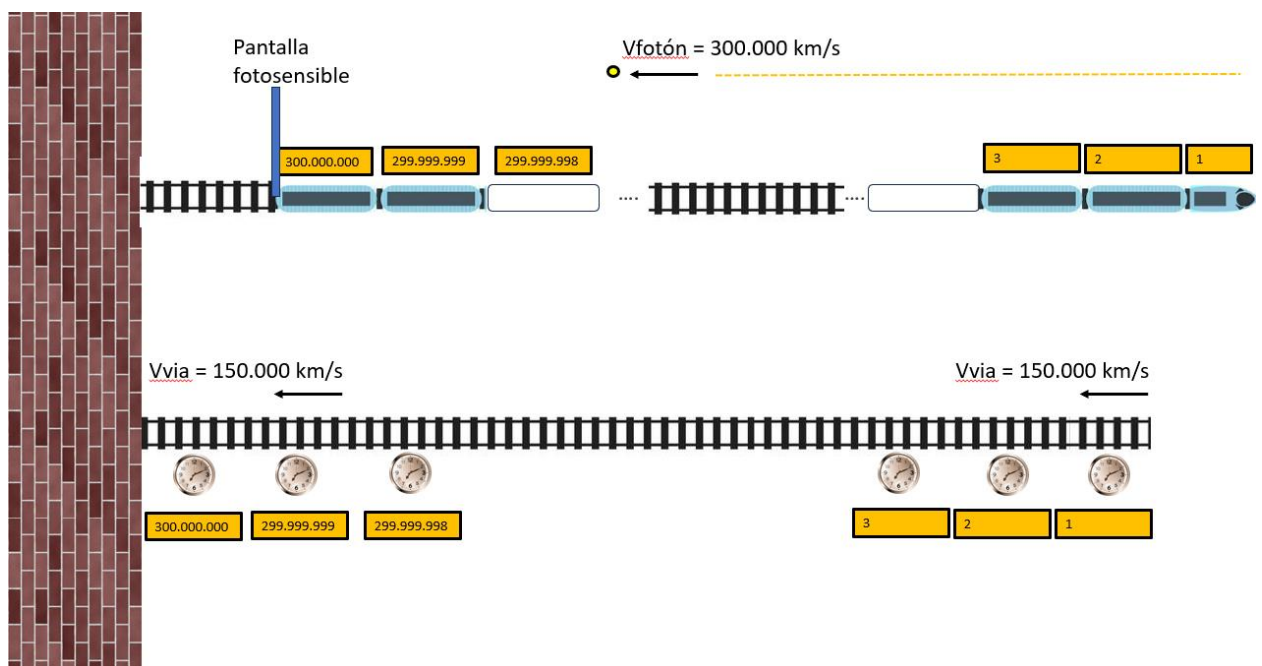
Obtenemos que x' , en ese momento, es 43.301.270.

Pero aún se complica todo más. Con todo lo dicho podríamos pensar que es el tren el que se ha achatado como consecuencia de la velocidad, mientras que a la vía no le ha pasado nada. Pero debemos tener en cuenta que las mismas consideraciones podríamos hacer si planteamos que ahora es el tren el que está quieto, y la vía es la que se mueve hacia la izquierda a una velocidad de 150.000 km/s (planteamiento que es **totalmente equivalente** al anterior).

Veamos que ocurre ahora. En un inicio ambos están parados. Ahora la numeración la empezamos a contar desde la cabecera hacia la izquierda. Y los dos científicos vuelven a comprobar que está todo en orden, que todos los relojes están acompasados, y que el vagón número 300.000.000, es decir la cola del tren, está en el mismo lugar que el reloj número 300.000.000 en la vía.

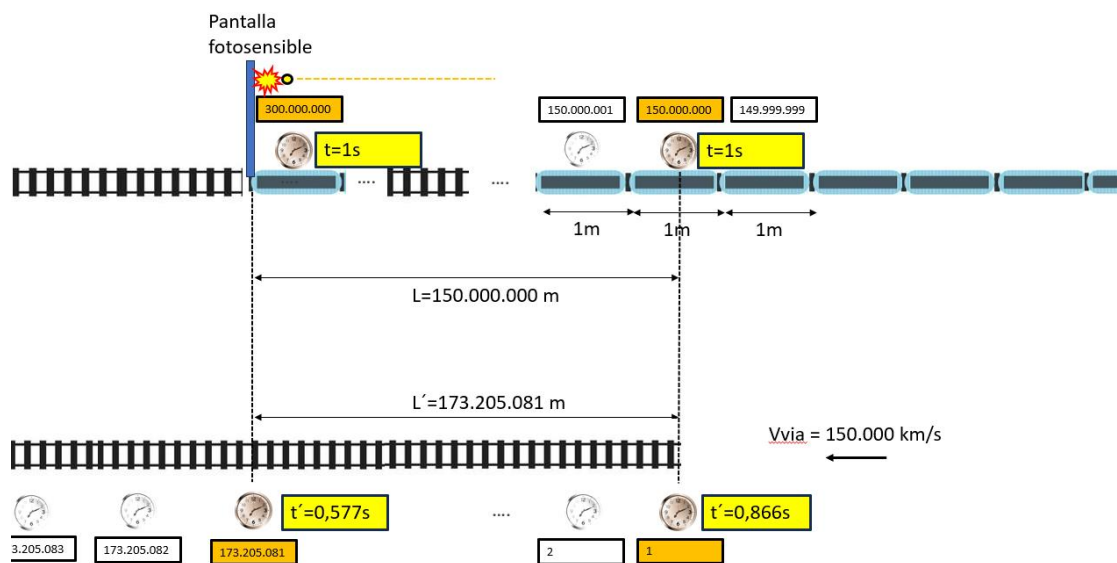


A continuación, iniciamos de nuevo el experimento, pero esta vez, para que todo sea equivalente, lanzamos el fotón desde la cabecera del tren hacia la izquierda. La pared de ladrillo, junto con todo el sistema de la vía y sus relojes, van a viajar hacia la izquierda a una velocidad de 150.000 km/s. El fotón también inicia su viaje a 300.000 km/s hacia la izquierda, adelantando al poste del reloj número 1 de la vía, por ser más rápido el fotón. El tren se mantendrá quieto en su posición.



La pantalla fotosensible la pondríamos ahora en la cola del tren, que permanece quieto, y esta pantalla estaría conectada con la vía, de manera que interrumpe el reloj de la vía que en ese momento esté pasando por ahí, justo cuando el fotón impacta a la pantalla fotosensible.

En el momento en que el fotón impacta con la pantalla fotosensible que se encuentra en la cola del tren, esto es lo que los relojes registrarían:



Como vemos, es todo equivalente al experimento anterior, pero ahora es la vía la que se comporta como un tren, y el tren el que se comporta como una vía parada. Ahora, para el científico que está en el tren, el fotón ha recorrido 300.000.000 m en un segundo. Mientras que para el científico que está en la vía el fotón ha recorrido 173.205.081 m en 0,577 segundos. Ambos científicos calculan que la velocidad de la luz ha sido de 300.000 km/s.

Vemos que persiste el problema con los relojes, **pero ahora es al revés**. Para el científico del tren ha pasado 1 segundo, mientras que para el reloj de la vía número 173.205.081 han pasado solo 0,577s.

Y persiste el problema con las dimensiones, pero ahora **también es al revés**. 173.205.081 relojes de la vía caben ahora en la distancia que ocupan 150.000.000 vagones. Es decir, **la vía se ha achatado desde el punto de vista del viajero del tren**.

En resumen, el mismo suceso, si lo contemplamos desde el punto de vista del científico de la vía, achata la dimensión del tren y retrasa los relojes de los vagones. Pero si lo consideramos desde el punto de vista del tren, se achata la longitud de la vía y retrasa sus relojes ¿es esto posible para un mismo suceso? **¿cuál de las dos dimensiones se achata en realidad? ¿cuál de los dos tiempos se retrasa en realidad?**

Estas contracciones en el tiempo y en el espacio se llamaron “**contracciones de Lorentz**” y fueron un quebradero de cabeza durante algunos años del inicio del siglo XX.

Aunque estas fórmulas matemáticamente fueran impecables, porque salvaban el problema de que la velocidad de la luz fuera constante para ambos sistemas, evidentemente Lorentz no creyó posible que la naturaleza se comportara de esta manera. Además, daba lugar a problemas de difícil solución puesto que para el científico de la vía las dimensiones del tren se acortan, pero para el viajero del tren las dimensiones de la vía son las que se acortan. Y algo similar pasaba con los relojes. Menudo lío. Solo un genio nos sacaría de esto.

1.2 Y llegó Einstein. La relatividad especial

A lo largo de la historia de la ciencia podemos observar que, cuando el mundo científico se encuentra en un verdadero atolladero aparece un genio universal que encuentra una solución.

Repasemos las preguntas que se hacían todos los científicos a comienzos del siglo XX. La física estaba en un callejón sin salida, del cual parecía imposible salir. Resumimos el problema:

La naturaleza de la luz era un auténtico misterio. Las ecuaciones de Maxwell apuntaban a que la luz era una onda electromagnética y tenía una velocidad constante, y no dependía de la velocidad a la que se mueve la fuente de luz ¿Qué quiere decir eso exactamente? La velocidad de la luz era, según Maxwell, testarudamente constante. Esto solo tenía sentido si es constante respecto a un “éter” totalmente fijo e inmóvil. Pero los experimentos de Fizeau, Michelson y Morley parecían confirmar que el éter no existía. En el espacio solo existía el vacío.

Los experimentos astronómicos (De Sitter) confirman lo anterior, da igual si medíamos la velocidad de la luz desde un bólide que se acercara hacia la fuente de luz, que si lo medíamos desde un bólide que se alejara. La velocidad que medíamos era la misma.

Las ecuaciones de Lorentz eran un curiosísimo ejercicio matemático para lograr que la velocidad de la luz se mantenga constante, medido desde cualquier vehículo o sistema.

Pero las conclusiones a las que se llegaban eran incoherentes porque presentaban los siguientes problemas:

- Las dimensiones de los sistemas en movimiento se acortan en la dirección del movimiento
- Los relojes de los sistemas en movimiento se retrasan
- Los observadores que están en dos sistemas que se mueven a velocidad constante, uno respecto al otro, no se ponen de acuerdo en qué hechos son simultáneos
- De acuerdo con Galileo y Newton no debería existir un sistema privilegiado y, por tanto, las dimensiones del tren se acortan para el científico de la vía, pero las dimensiones de la vía se acortan para el científico del tren. Y lo mismo ocurre con los tiempos.

Esta es la situación cuando, en 1905, un joven funcionario de patentes de 26 años, totalmente desconocido, propone una solución realmente ingeniosa al problema. Albert Einstein, fiándose de Maxwell y de los experimentos científicos, considera como un hecho **incuestionable**, que la velocidad de la luz es constante, desde cualquier sistema de referencia que la midamos, con independencia de si el sistema de referencia se acerca a toda velocidad o se aleja de la fuente de luz⁴.

Einstein reflexionó de manera realmente creativa sobre las conclusiones que parecían derivarse de las ecuaciones de transformación de Lorentz. No las consideró un simple ejercicio matemático, sino que consideró que realmente estaban describiendo lo que estaba pasando en la naturaleza. Consideró que, realmente, el tiempo y el espacio eran, ciertamente, conceptos relativos.

Revisó las hipótesis que Galileo y Newton pudieron haber hecho de manera “arbitraria”. Y encontró los siguientes aspectos que ahora debían ponerse en entredicho:

- Newton consideraba que existía algo así como “el espacio absoluto”. Una especie de tapete gigante donde “transcurren las cosas”. Einstein considera que esto no es evidente que exista, porque sería tanto como suponer que hay una “velocidad privilegiada”, un sistema de referencia que es el privilegiado, que es el que consideraríamos en reposo, pero eso probablemente no exista.

⁴ “El Segundo principio sobre el que se basa la teoría de la relatividad especial es el principio de constancia de la velocidad de la luz en el vacío. O sea: la luz tiene en el vacío una determinada velocidad de propagación, independiente del estado de movimiento de su fuente. La seguridad de este principio se basa en los resultados de la electrodinámica de Maxwell-Lorentz”. ¿Qué es la teoría de la Relatividad? Albert Einstein. Pág. 144 del libro “Mi visión del mundo”.

- Pero, sobre todo, los experimentos científicos y las fórmulas de Maxwell estaban obligándonos a replantearnos lo que es el tiempo.

1.2.1. El problema del espacio absoluto. Newton, Berkeley, Mach y Einstein

Obviamente, el gran genio de Newton había reflexionado mucho sobre el concepto de “espacio”. Él consideró que todo debía medirse siempre respecto a un sistema de referencia concreto. Pero surgía enseguida la siguiente pregunta ¿cómo saber si un sistema de referencia se mueve o no? Tanto Newton como Galileo habían demostrado que cuando un sistema se mueve a velocidad constante respecto a otro, ambos sistemas eran válidos (sistemas inerciales), y las leyes de la naturaleza se cumplirán exactamente igual en uno que en otro. El problema más bien estaba con la aceleración, porque en un mundo que se mueve aceleradamente todos los fenómenos de la naturaleza se comportan de forma radicalmente distinta ¿pero aceleradamente respecto a qué?

5. Si consideramos los dos sistemas que considerábamos antes que se movían a velocidad constante el uno respecto al otro ¿Cómo podemos saber si están ambos acelerados respecto a un tercero? Y si encontramos un tercer sistema respecto al cual esos dos están acelerados ¿cómo podemos saber cuál es el que está realmente acelerado?

Es decir, si consideramos que algo tiene una aceleración, debemos decir que tiene una aceleración respecto a un sistema de referencia ¿Qué sistema de referencia absoluto debemos escoger para saber si los otros sistemas están o no acelerados?

⁵ “Esta objeción la vio ya Newton, quien intentó en vano neutralizarla. Pero fue E. Mach el que la detectó con mayor claridad.” (Einstein- Sobre la teoría de la relatividad especial y general).

“De la formulación de Newton se desprende que el concepto de espacio absoluto le preocupaba. Era consciente de que este último concepto no parecía responder a nada relacionado con la experiencia.” (Einstein- Acerca del método de la física teórica).

“Hay un segundo origen en el proceso de creación de la relatividad general. Como ya señaló Mach, en la teoría de Newton hay un punto problemático, ..., el movimiento solo existe como movimiento relativo entre varias cosas. Pero el concepto de aceleración que aparece en las ecuaciones de movimiento de Newton no figura dentro del concepto de movimiento relativo. Forzó a Newton a fingir un espacio físico en relación al cual debía existir la aceleración.” (Sobre la teoría de la relatividad. Conferencia en Londres. Einstein).

“Es cierto: conocía la interpretación de Mach según la cual la inercia no se opone a una aceleración en sí sino a una aceleración en contra de las masas de los restantes cuerpos que existen en el mundo. Esto me parecía fascinante.” (Sobre los orígenes de la teoría general de la relatividad, Einstein).

“Tengo que hacer resaltar que el propio Newton conocía mejor las partes débiles de su teoría que las generaciones que le sucedieron: a saber: ... 1. “que el espacio ha de poseer una realidad física” 2. “la introducción inesperada de fuerzas que actúan instantáneamente” 3. “Las enseñanzas de Newton no ofrecían ninguna explicación al curioso hecho de que el peso y la inercia de un cuerpo se determinaran con la misma magnitud (masa).” (La mecánica de Newton y su influencia en la física teórica. Einstein).

Newton respondería que se debe tomar como sistema de referencia el espacio absoluto. De alguna manera, Newton imaginaba el espacio absoluto como una especie de “tapete” con cuadrículas, y las cosas se movían respecto a ese tapete, que estaba estático. Pero a Newton, esta suposición de la existencia de un “espacio absoluto privilegiado y en reposo absoluto” no le dejaba tranquilo y pensó mucho sobre ello. Para convencerse de que tiene razón propone el siguiente experimento para demostrar que, en efecto, la inercia se da respecto al espacio absoluto:

Si una vasija, colgada de un cordel largo, se gira tantas veces que el cordel queda bien retorcido, entonces se llena con agua y se aguanta quieta junto con el agua; llegado a ese punto, se suelta la vasija y gira en la dirección contraria mientras el cordel se desenrolla... la superficie del agua será plana al principio, como antes de que se empezara a mover la vasija; pero después de esto, la vasija, comunicando su movimiento al agua, hará que ésta se agite, y se aleje poco a poco del centro, y ascienda por los lados de la vasija, formando una figura cóncava (como he experimentado personalmente), y cuanto más rápido es el movimiento, más alto ascenderá el agua. (Los Principia- Newton)⁶

Como vemos, en el ejemplo que propone Newton, en un inicio la vasija gira, pero el agua no, porque el agua por ser un fluido tarda un rato en ser arrastrada por el giro de la vasija, y mientras el agua no gira, su superficie es totalmente plana. Con esto Newton argumenta que **no es el movimiento relativo a la vasija el que produce los efectos**, porque en este momento la vasija está girando respecto al agua, que está quieta. Sin embargo, después de un rato, la vasija ha ido comunicando el movimiento de giro al agua, y ahora sí, según va girando el agua, la superficie de ésta se va haciendo cóncava (porque el agua del radio exterior tiende a salir por la fuerza centrífuga). Con esto Newton argumenta que el agua ahora sí está girando respecto al espacio absoluto, y por eso se producen efectos reales (superficie cóncava). El líquido “sabe” que está rotando, y adopta la forma correspondiente ¿pero rotando respecto a qué? “Respecto al espacio absoluto” respondería Newton.

⁶ Al final del apartado de definiciones en sus “principia” incluye una Nota de 4 páginas que él llama “escolio” (página 127 de la edición de Alianza Editorial). Es muy interesante leerla completa. Es aquí donde argumenta la necesidad de la existencia del espacio absoluto, su principal error. “En cuanto al tiempo, espacio, lugar y movimiento, son de sobra conocidos por todos. Hay que señalar, sin embargo, que el vulgo no concibe estas magnitudes si no es con respecto a lo sensible. De ello se originan ciertos prejuicios para cuya destrucción conviene que las distingamos en absolutas y relativas, verdaderas y aparentes, matemáticas y vulgares”. Esta distinción y esta filosofía que habla de “lo absoluto” fue criticada y expuesta por Berkeley y Mach.

Si solo existieran la vasija y las estrellas fijas lejanas, podríamos dudar de si es la vasija y el agua la que gira, o si el agua y la vasija están quietas y son las estrellas fijas las que giran alrededor en sentido contrario. Pero al ver la superficie cóncava del agua, nos convenceríamos de que es el agua el que gira.



Pero un filósofo realmente increíble, Berkeley (S XVIII), se plantea si hablar de un espacio absoluto tiene algún sentido ¿Qué es eso del espacio absoluto? ¿Qué es algo que nadie puede ver, ni demostrar, ni experimentar de ninguna forma? ¿Qué es el espacio cuando no hay nada? Y, desde luego, tenía razón cuestionando a Newton en este punto. El espacio no es algo donde uno pueda poner estacas fijas por doquier para poder comprobar el movimiento respecto a estas... Berkeley propuso que ese sistema de referencia absoluto deberían ser las propias estrellas fijas lejanas. Berkeley considera que, si no existieran las estrellas fijas, no habría manera de saber que la vasija y el agua están girando. Pero entonces, ¿son las propias estrellas fijas las que hacen que el agua quede cóncava?⁷ ¿son las propias estrellas fijas las responsables de que exista la inercia?

Mach, al finalizar el siglo XIX, asumió finalmente que el sistema inercial de referencia debía ser el del centro de gravedad de las estrellas fijas.⁸ Mach comenzó así a considerar que, cuando intentamos acelerar un cuerpo respecto al centro de gravedad de las estrellas fijas, este cuerpo opone resistencia (es la fuerza de inercia).

Pensemos un segundo en lo misterioso que es que un cuerpo oponga resistencia al movimiento cuando no hay nada físico que le impida tal movimiento...

Mach consideró que quizás este caso era equivalente a una fuerza que, de alguna manera, están realizando las estrellas fijas sobre el cuerpo.

⁷ Acerca del movimiento. 1722. George Berkeley.

⁸ La ciencia de la mecánica. 1893. Mach

Ernest Mach, a finales del siglo XX, propuso que, si dejáramos la vasija de Newton quieta y pusiéramos las estrellas fijas a girar alrededor del cubo, la situación debería ser totalmente equivalente. Cualquiera que haya estudiado física dirá: *“¡pero cómo va a ser equivalente! ¡La vasija al girar está imprimiendo aceleraciones al líquido, aceleraciones que no existen si la vasija está quieta!”*. Pero Mach respondería, *“correcto, pero las aceleraciones deben ser siempre consideradas respecto a un sistema de referencia concreto y no existe un sistema de referencia absoluto”*. **Si las estrellas fijas giran alrededor de la cubeta, la “fuerza de inercia” provocaría que la superficie del agua se pusiera cóncava**. El agua adoptaría esa posición por una especie de “fuerza de inercia” que las estrellas fijas están realizando sobre esas partículas de agua ¡el agua debería adoptar la posición cóncava!, puesto que ambos supuestos son equivalentes. Alguien podría decir *“en efecto, así debe ser. La vasija está parada, pero los ejes del espacio absoluto están girando con las estrellas fijas y esa diferencia de posición que en cada instante tiene la vasija respecto al espacio absoluto produce el efecto del agua”*. Pero Mach despreciaría esa respuesta porque el “espacio absoluto” no gira, porque al fin y al cabo ¿qué es el espacio absoluto? No podemos considerarlo como un tapete donde ocurren las cosas. Para Mach y Berkeley el espacio absoluto no existe, solo existe en nuestra mente matemática.

Los enemigos de Mach le dijeron *“y entonces Sr Mach, si ponemos la vasija a girar, pero quitamos las estrellas fijas ¿el agua quedará plana?”*. Parece ser que sí...

¿Cómo era esto posible? De qué manera podía influir el hecho de que algo que está allí, tan lejos, sin afectarnos físicamente en absoluto, ¡está modificando la forma del agua dentro del cubo! Lo que Mach nos viene a decir es que, de alguna manera, la masa inercial es relativa a algo, ¡y su comportamiento depende del resto del universo!

Este rompecabezas de Mach **le obsesionaba a Einstein** en los años anteriores al descubrimiento de su teoría de la relatividad, cuando solo era un desconocido funcionario de patentes. De hecho, este misterio fue el que le motivó para imaginar una solución. Siempre que discutía sobre estos temas, proponía a su interlocutor leer a Mach. Este fue uno de los grandes acicates para que comenzara a pensar en alternativas a la física.

¿O sea que son las estrellas fijas las que hacen que cueste tanto empujar un camión para lograr ponerlo en movimiento?



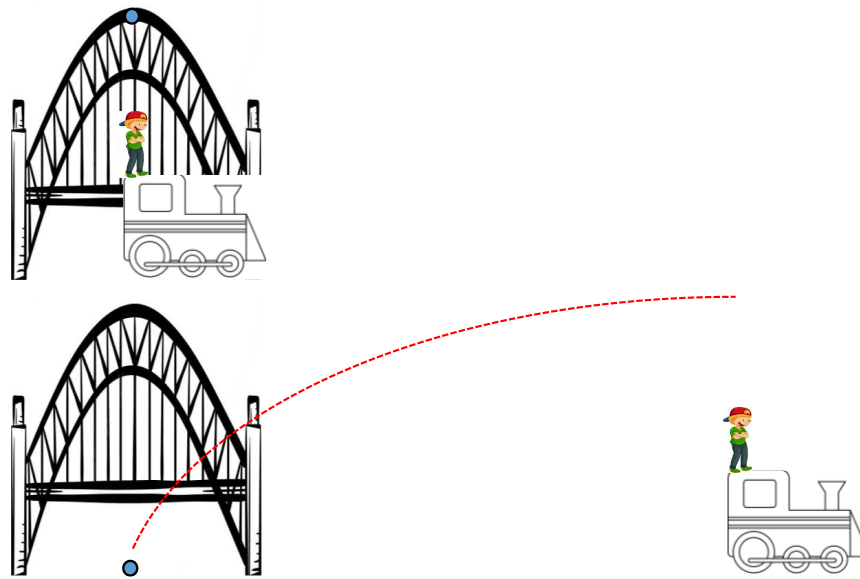
1.2.2. Reflexiones de Einstein sobre el espacio absoluto

Einstein desarrolló todas sus ideas con experimentos imaginarios.

Imaginemos a alguien que tira una pelota desde un puente. Es evidente que su trayectoria será vertical en línea recta.



Pero desde el punto de vista de una persona que va en el tren a velocidad constante, la pelota recorre una trayectoria en forma de parábola



*“Yo pregunto ahora: las posiciones que recorre la piedra ¿están “realmente” sobre una recta o sobre una parábola?”
(Einstein).*

¿Cuál es la trayectoria “**real**” que hace la piedra? Ambas y ninguna. Tengamos en cuenta que, incluso para Newton y Galileo, el sistema de referencia de la persona que está en el puente, y el de la persona que está en el tren (que va a velocidad constante) son igualmente válidos, porque no son sistemas de referencia acelerados. Y sin embargo para uno de ellos la trayectoria es recta, y para el otro la trayectoria es parabólica.

No podemos hablar de una “trayectoria a nivel absoluto”, no podemos hablar de una “trayectoria real”, solo podemos hablar de una trayectoria en relación con un sistema de referencia. La imagen que desde pequeños tenemos de un “espacio absoluto” comienza a diluirse.

El espacio absoluto para la persona que va en el tren se mueve con él y está ocupando posiciones distintas a cada instante en el espacio del sistema de referencia del que está en el puente. Y como ya hemos repetido varias veces, no hay ninguna diferencia entre considerar que se mueve uno, o el otro.

Por tanto, debemos desterrar la idea de que existe algo así como “un espacio absoluto en reposo”. En la relatividad general profundizaremos aún más sobre esto. Es sin duda un dardo muy interesante contra el materialismo. Habrá muchos más.

1.2.3. Reflexiones de Einstein sobre el tiempo absoluto

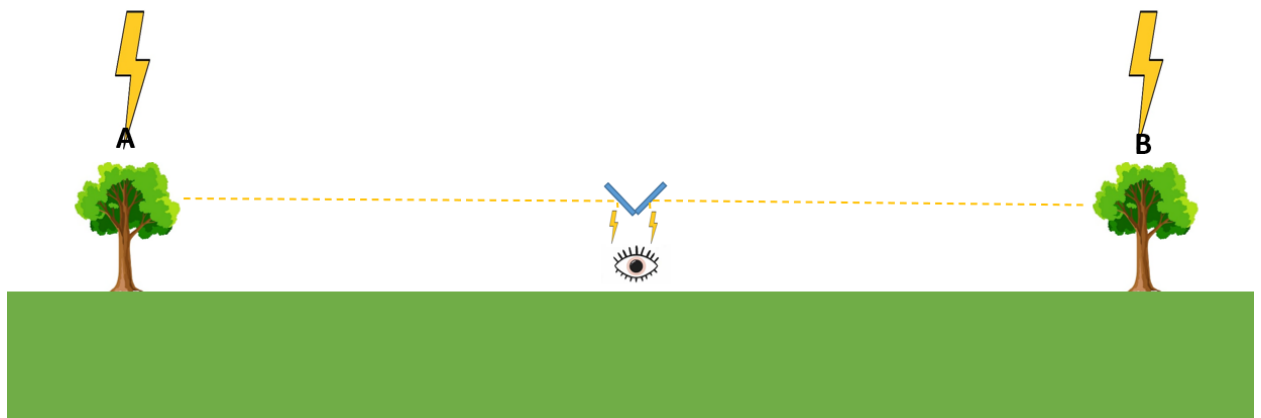
Ahora afrontaremos el análisis que realiza Einstein sobre el tiempo. Veremos que tampoco queda el tiempo a salvo. Otro durísimo golpe al materialismo.

El experimento mental del viajero en el tren. El concepto de simultaneidad.

En un nuevo experimento mental, Einstein reflexiona sobre el concepto del tiempo dentro de la nueva teoría de la relatividad especial. Esta teoría se basaba en el hecho de que no se puede hablar ya de “simultaneidad de sucesos”, sino de simultaneidad de vivencias. Lo explicamos a continuación.

Para comenzar planteando el problema de la simultaneidad, escuchemos literalmente al propio Einstein: “Un rayo ha caído en dos lugares muy distantes A y B de una vía. Yo añado la afirmación de que ambos impactos han ocurrido **simultáneamente**. Si ahora te pregunto, querido lector, si esta afirmación tiene o no sentido, me contestarás con un “sí” contundente. Pero si luego te importuno con el ruego de que me expliques con más precisión ese sentido, advertirás tras cierta reflexión que la respuesta no es tan sencilla como parecía a primera vista.”

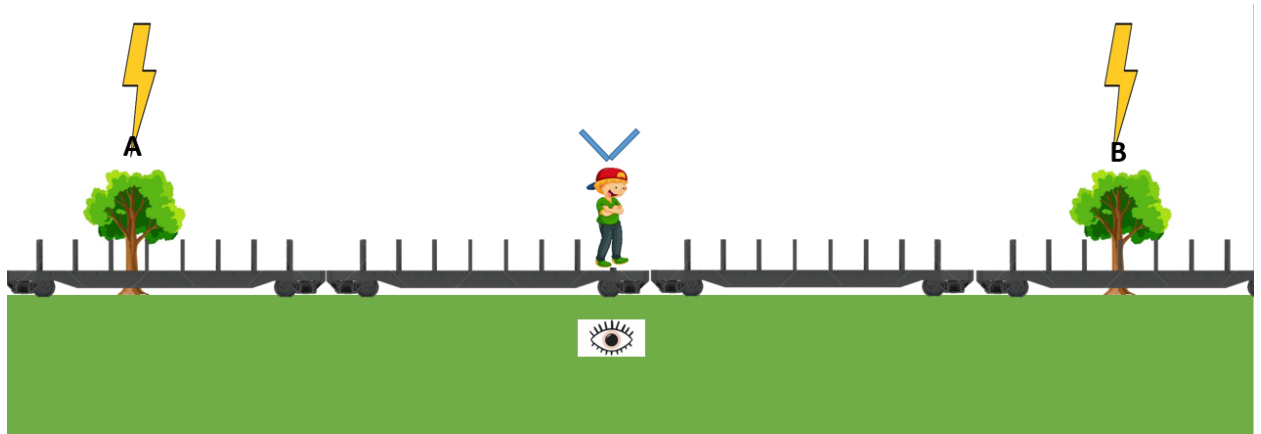
Einstein propone la siguiente definición “provisional” de simultaneidad. En el punto medio entre los árboles que han recibido cada rayo, colocamos dos espejos, de manera que, si la luz de ambos sucesos nos alcanza exactamente a la vez, podemos considerar que los sucesos han sido simultáneos.



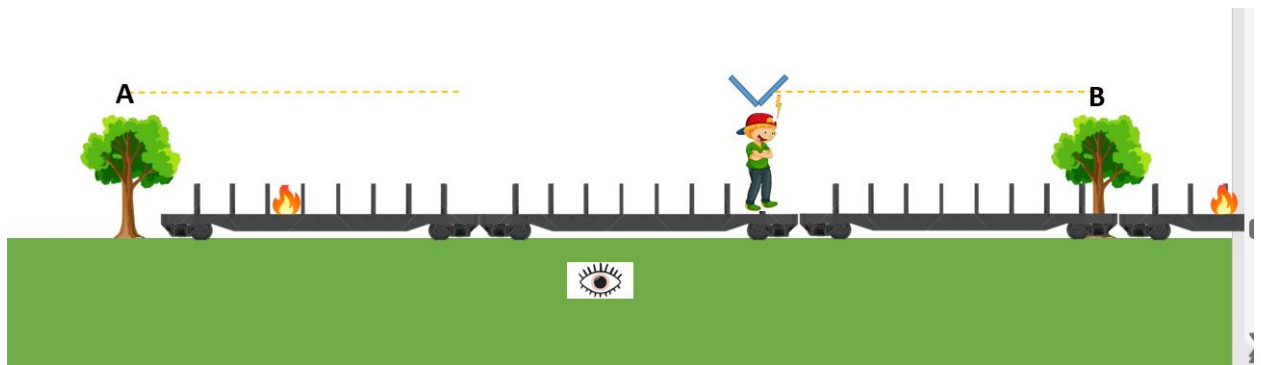
En la imagen pretendo representar dos espejos en el centro.

Cada uno de ellos refleja el acontecimiento que ocurre en cada árbol, y el observador ve ambos espejos a la vez.

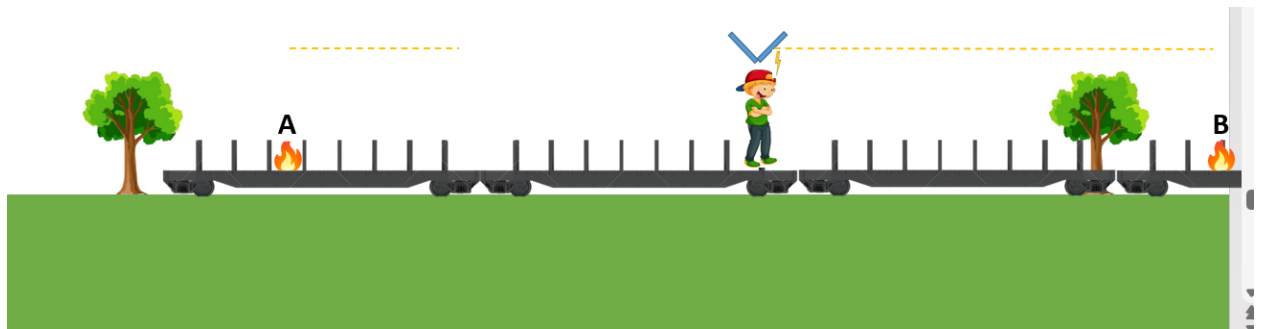
Pero ahora nos preguntamos qué observará un viajero que va en un tren muy largo. Para él, todos los sucesos ocurren en el tren. Uno de los rayos ha caído en el vagón A (justo cuando pasaba junto al árbol de la izquierda) y otro en el vagón B (junto al árbol de la derecha). Él está exactamente en el punto medio entre esos dos vagones.



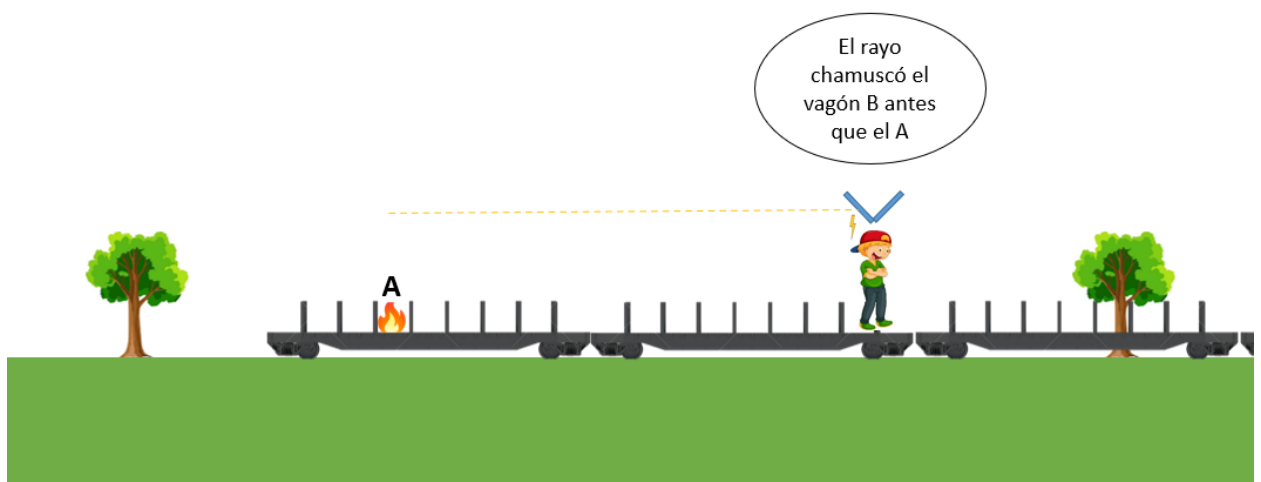
Unos instantes después, el tren se ha desplazado a la derecha, como se ve en el gráfico justo debajo. El ojo que está en la vía (fuera del tren) verá esto: “La luz se propaga desde los árboles A y B a la velocidad c , pero la luz que proviene de B ha alcanzado antes al viajero, lógicamente:



Por su parte, el viajero, lo que experimenta es que el rayo de luz que le muestra la imagen del vagón B incendiado le ha llegado ya, a una velocidad de 300.000 km/s:



Un tiempo después, el viajero ve que le llega el rayo que le informa que el vagón A también se ha incendiado. Y ese rayo le llega a 300.000 km/s también. Puesto que los vagones A y B equidistan del viajero, es evidente para el viajero que el vagón B se ha incendiado antes que el vagón A. Para el viajero, el rayo cayó antes en el árbol de la derecha (vagón B) que en el árbol de la izquierda.



Esta es la consecuencia más importante de la relatividad especial. Podemos decir que una persona ha tenido la “**vivencia**” de que dos cosas han ocurrido simultáneamente, pero **no podemos decir que dos sucesos han ocurrido simultáneamente** si estamos en dos sistemas a velocidades distintas.

De esta manera Einstein lograba explicar uno de los problemas que aparecían con la transformación de Lorentz. Pero este esquema es un golpe mortal a cualquier idea que pudiéramos tener sobre un “fluir absoluto” del tiempo. Si lo pensamos bien, es realmente desconcertante y, sin embargo, es una consecuencia directa del hecho demostrado empíricamente de la constancia de la velocidad de la luz.

Es importante reflexionar en la importancia que tiene el sujeto (el observador) en todos estos experimentos mentales. Tanto en el caso del análisis del espacio que vimos antes, como en el análisis del tiempo, vemos que lo importante es “la vivencia específica” del observador, la medida que él hace, y no algo que consideramos “absoluto” y “objetivo”. El tiempo y el espacio absolutos no existen. En cualquier evento donde participe el tiempo o el espacio, es decir, en cualquier fenómeno que se de en la naturaleza, las dimensiones y los tiempos son distintos para un observador que para otro. Veremos con la mecánica cuántica que esa importancia del observador puede llegar a ser mucho mayor.

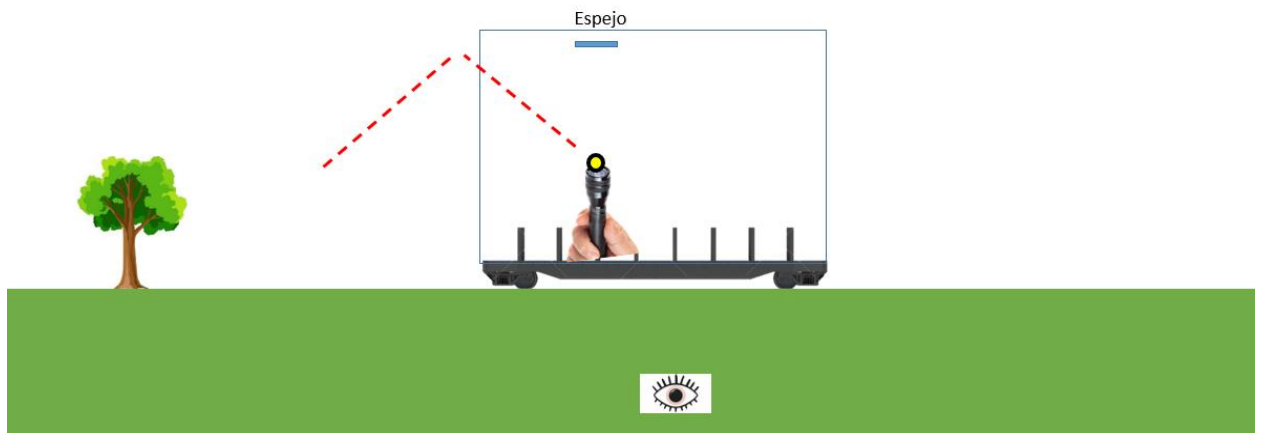
Un ejemplo clarificador. La relativización del tiempo

Siguiendo con el mismo ejemplo del tren de Einstein, imaginemos ahora una situación distinta.

Un viajero permanece dentro de un tren que viaja a una velocidad constante, cercana a la de la luz. El viajero enciende una linterna y apunta a un espejo que tiene justo encima, en el techo del vagón. El viajero mide el tiempo que tarda la luz en viajar hasta el espejo, y volver.

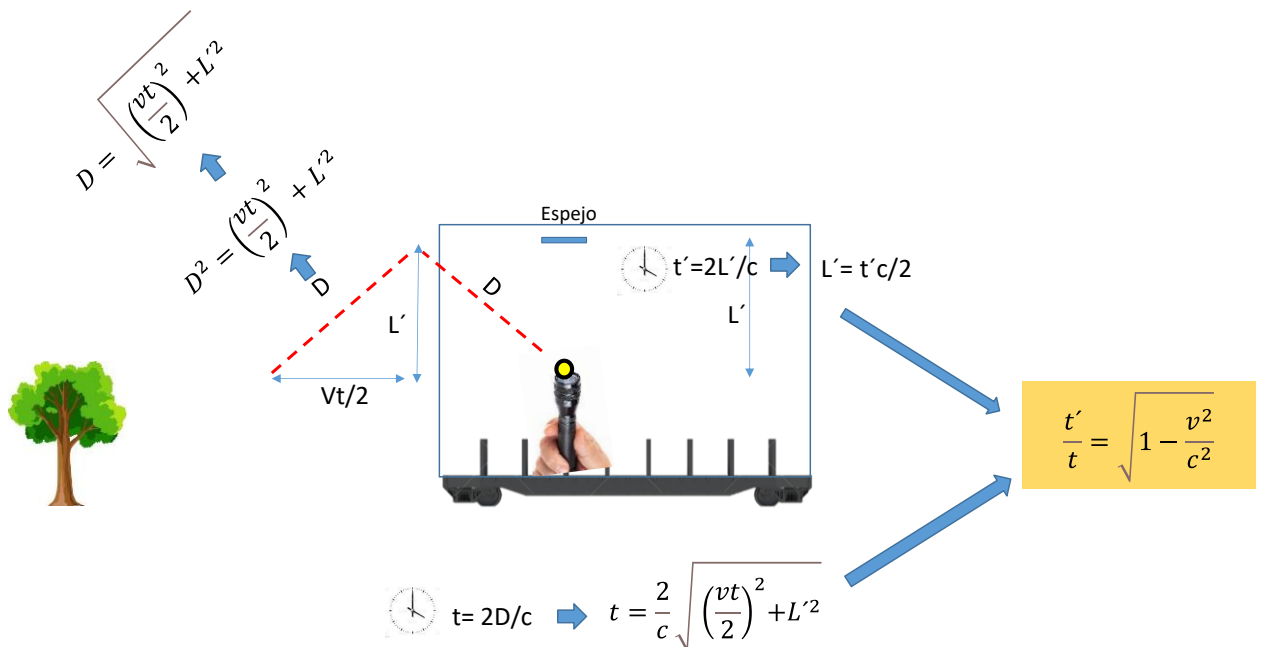


El trabajador del andén ve pasar el tren a toda velocidad. Ve el haz de luz que va hacia el espejo del techo y vuelve a bajar. Pero claro, mientras la luz sube y baja, el tren se ha movido un buen trecho hacia adelante, porque va realmente rápido. Para el trabajador del andén, el recorrido de la luz ha sido muchísimo más largo que para el viajero. Pero como la luz viaja a la velocidad c en ambos casos, es evidente que **para el trabajador del andén ha tenido que pasar más tiempo.**



Es, de hecho, bastante fácil calcular la relación entre ambos tiempos. Basta con tener en cuenta que el movimiento del fotón, desde el punto de vista del ojo que está quieto en el andén, es un movimiento oblicuo. En su componente horizontal va a la velocidad del vagón, y en su trayectoria oblicua va a la velocidad de la luz.

Por su parte, para el observador en el vagón, el movimiento es totalmente vertical y a la velocidad de la luz:



Vemos por tanto que para la persona que está en el andén, **el tiempo t' del reloj del viajero del tren va más despacio**. Y la diferencia es mayor cuanto mayor es la velocidad v del vagón (como podemos entender fácilmente en la fórmula recuadrada del gráfico de arriba).

Ahora imaginamos que **es el tren el que está quieto**, y es el andén el que se mueve.

Desde el punto de vista de Newton y de Galileo (y de cualquier científico antiguo o actual), ambas situaciones son equivalentes.

El trabajador del andén, que ahora se considera en movimiento, enciende su propia linterna y apunta a un espejo que tiene en el techo del andén.

En este caso, el viajero del tren (que él se considera parado) vería que la luz de la linterna del trabajador que está en el andén ha recorrido un tramo mucho más largo.

El trabajador del andén, por su parte, ha calculado que el fotón ha recorrido la altura del techo ida y vuelta a una velocidad c .

La persona del tren, por su parte, también calcula la misma velocidad para el fotón, pero considerando una distancia recorrida (en oblicuo) mucho mayor.

Eso solo puede ser si para él ha pasado más tiempo. Podemos demostrar entonces que **el reloj del trabajador del andén va más despacio**.

¿Entonces cuál de los tiempos va más despacio? ¿el del andén o el del tren?

En el primer caso obtuvimos que era el reloj del tren el que iba más despacio. Y ahora hemos llegado a la conclusión de que es el reloj del andén el que va más despacio.

Si ambas situaciones son equivalentes, ¿cómo es posible que lleguemos a resultados contradictorios?

Esto, que parece incomprensible, en realidad lo experimentamos muy parecido a diario.

Por ejemplo, cuando veo a mi hermano gemelo a 100 m de distancia, le veo a él más pequeño que a mí, pero él también me ve a mí más pequeño que él, y no hay contradicción racional, no hay paradoja aquí, aunque no deja de ser algo sorprendente si lo piensas un poco.

Es similar a esto

Cuando veo a mi hermano gemelo lejos, le veo pequeño. ¡Pero también el me ve pequeño a mí! ¿Quién tiene razón?



Cuando veo a mi hermano gemelo a una cierta distancia, le veo pequeño. Pero él me ve pequeño a mí también

No es ninguna paradoja entonces⁹. Cuando estamos lejos pasan estas cosas, pero cuando volvemos a acercarnos nos vemos del mismo tamaño. Lo mismo pasa con las ecuaciones de Lorentz, los relojes los percibimos a distinta velocidad cuando se alejan de nosotros, pero pasan a ir a la misma velocidad cuando volvemos a estar en el mismo vehículo.

En conclusión, el tiempo es algo totalmente relativo. **No existe el concepto de algo simultáneo para distintos observadores, y tampoco se pondrán de acuerdo en cuánto tiempo ha pasado entre dos sucesos.**

Con estos experimentos mentales Einstein lograba explicar las sorprendentes consecuencias de la transformación de Lorentz. Como dijimos, Einstein asumió como válidas las ecuaciones de Lorentz y las explicó por medio de experimentos mentales sencillos.

⁹ No es esta la famosa paradoja de los gemelos, pero llegaremos en breve...

1.2.4. La relatividad en las medidas. La contracción de Lorentz

Cuando explicamos las ecuaciones de transformación de Lorentz ya vimos cómo se producía el fenómeno de contracción de la longitud del tren respecto al científico que estaba en la vía. Pero también ocurría que existía una contracción de la longitud de la vía respecto al científico que estaba en el tren.

En efecto, Einstein consideraba que esto se daba en la realidad. Y, desde luego se da. Pero es un efecto relativista, no es absoluto. Es decir, en cuanto el tren se para y se queda a la misma velocidad que la vía, ambas dimensiones vuelven a coincidir. Es similar al ejemplo que veíamos antes del hermano que está lejos, que le vemos más pequeño, pero cuando se acerca le volvemos a ver de nuestro tamaño.

Veíamos también que el *achatamiento* del tren solo se produce en el sentido de la marcha del vehículo ¿significa esto que se está deformando el espacio? En realidad, no podemos hablar aún de “deformaciones”. De eso hablaremos cuando lleguemos a la relatividad general. Las diferentes “perspectivas” se deben a que estamos viendo las cosas desde un sistema que va a una velocidad distinta. Pero las personas no ven su propio sistema deformado, ¡en absoluto!

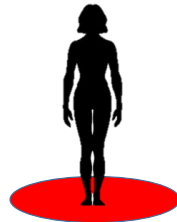
Todo esto es similar a otro ejemplo que nos ocurre en la vida cotidiana.

Imaginemos que tenemos dos personas mirándose de frente a una distancia de unos 5 m. Cada una de ellas está encima de una alfombra circular. Ellas ven su propia alfombra con forma circular, pero ven la alfombra de la otra persona elíptica (por perspectiva), y no se pondrán de acuerdo en cuál de las dos es circular y cuál es elíptica porque tienen experiencias contradictorias.

“Veo que tu alfombra roja es elíptica”

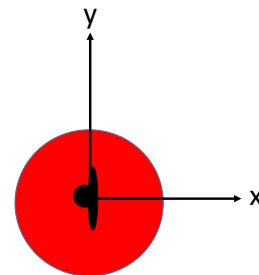
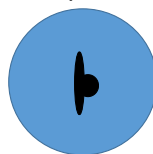


“Así es como veo yo tu alfombra roja”



La misma escena vista desde arriba

“Si te agachas a medir tu alfombra con una regla veo que tu regla se hace más pequeña en la dirección x , pero ¡esa misma regla crece cuando la pones en dirección y !”



Para intentar demostrárselo, la persona que están encima de la alfombra azul ha pedido a la otra persona que se agache a medir su alfombra roja. Cuando la persona de la alfombra roja se agacha y pone la regla en dirección transversal (dirección y), vemos la regla en su dimensión correcta, y el radio de la alfombra tampoco aparece deformado. Y en efecto, la persona de la alfombra roja nos comunica que el radio de su alfombra es de 5m.

Ahora le pedimos que mida la alfombra en la dirección longitudinal (en dirección x), algo que la otra persona no entiende necesario, pero nosotros estamos seguros de que ahora se dará cuenta de que su alfombra es elíptica. Pero cuando ahora se agacha y pone la regla en dirección longitudinal, su regla se hace a nuestros ojos mucho más corta, y de nuevo nos comunica que mide 5 m, insistiendo en ello ya un poco molesta, porque para ella es evidente que iba a medir lo mismo.

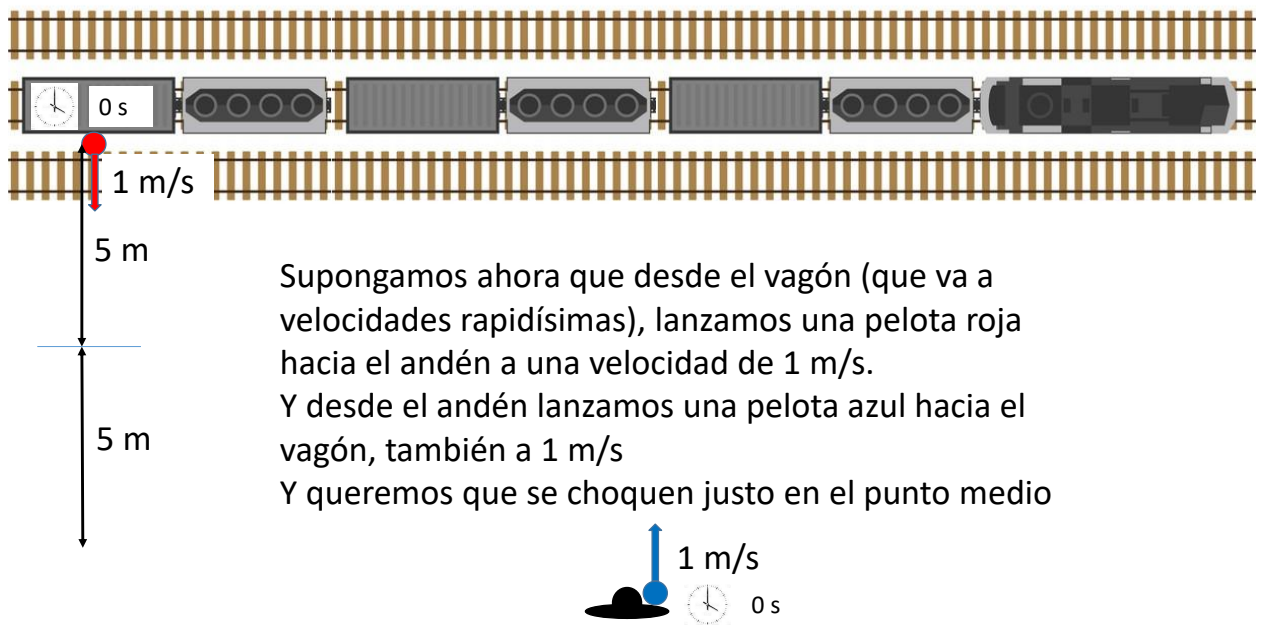
Algo similar ocurre con el fenómeno de la contracción relativista de Lorentz. **Las dimensiones se acortan en la dirección del movimiento.** Pero es un acortamiento relativo. Cuando la persona del tren mide el vagón, no encuentra nada extraño porque también se “achata” la propia regla. Por otra parte, para la persona del tren las dimensiones de la vía también se han acortado.

1.2.5. La relatividad de la masa

Lamentablemente tampoco queda a salvo la masa, que también es relativa. Otro golpe casi mortal al materialismo. Tampoco la energía lo es, como veremos.

Para explicar la relatividad de las masas, Einstein imagina de nuevo un experimento mental con trenes, porque trenes era lo que tenía a mano en aquella época. Newton y Galileo imaginaban barcos.

Imaginemos que el tren viaja rapidísimo a una velocidad constante rapidísima, cercana a la velocidad de la luz, por ejemplo $0,998c$. El viajero le lanza una pelota roja al trabajador que le espera en el andén, y la lanza a una velocidad de 1 m/s en perpendicular a las vías. Y el del andén le lanza una pelota azul, de masa idéntica, en la misma dirección y sentido opuesto al viajero y con la misma fuerza y velocidad. La distancia entre la vía del tren y la persona del andén es de 10 m . Todo se calcula para que choquen justo en el punto medio, a 5 m de distancia.



Puesto que la pelota roja se va a lanzar a una velocidad de 1 m/s , el del vagón sabe que tiene que lanzar la pelota cinco segundos antes de que su vagón pase por delante de la persona en el andén. Y el del andén hace el mismo razonamiento.

Pero el del andén comprueba que el tiempo en el vagón va lentísimo, cada segundo que pasa en el reloj del viajero, es un minuto en su reloj.

Y en efecto, comprueba por su reloj que, sorprendentemente, el viajero del tren ha lanzado la pelota cinco minutos antes de que su vagón fuera a pasar por delante (aunque al viajero no hay nada que reprocharle porque en su reloj marcaba que quedaban solo 5 segundos para la hora convenida).

A lo largo de esos cinco minutos la persona del andén va viendo que la pelota roja se va separando muy lentamente de la vía (a 1 metro/minuto). Aún así, a pesar de las cosas raras que están sucediendo, la persona del andén obedece a lo convenido, y cinco segundos antes de que el vagón le alcance, la persona del andén, obediente, lanza su pelota azul. Y queda realmente sorprendido porque la pelota azul vuelve rebotada a sus manos cinco segundos después del choque, mientras que la pelota roja inicia su camino de vuelta al andén a una velocidad lentísima de 1 m/minuto, hasta volver a las manos del viajero cinco minutos después del choque.

El del andén se pregunta ¿cómo es posible que la pelota roja, que iba tan despacio hacia él, haya hecho rebotar de esa forma a la pelota azul que iba mucho más rápida? Téngase en cuenta que, en este choque transversal, la velocidad longitudinal del tren (que lleva también la pelota roja por inercia), no influye en el choque transversal con la pelota azul por ser vectores perpendiculares.

Veamos qué ha sucedido. Las fórmulas de Lorentz eran las siguientes:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

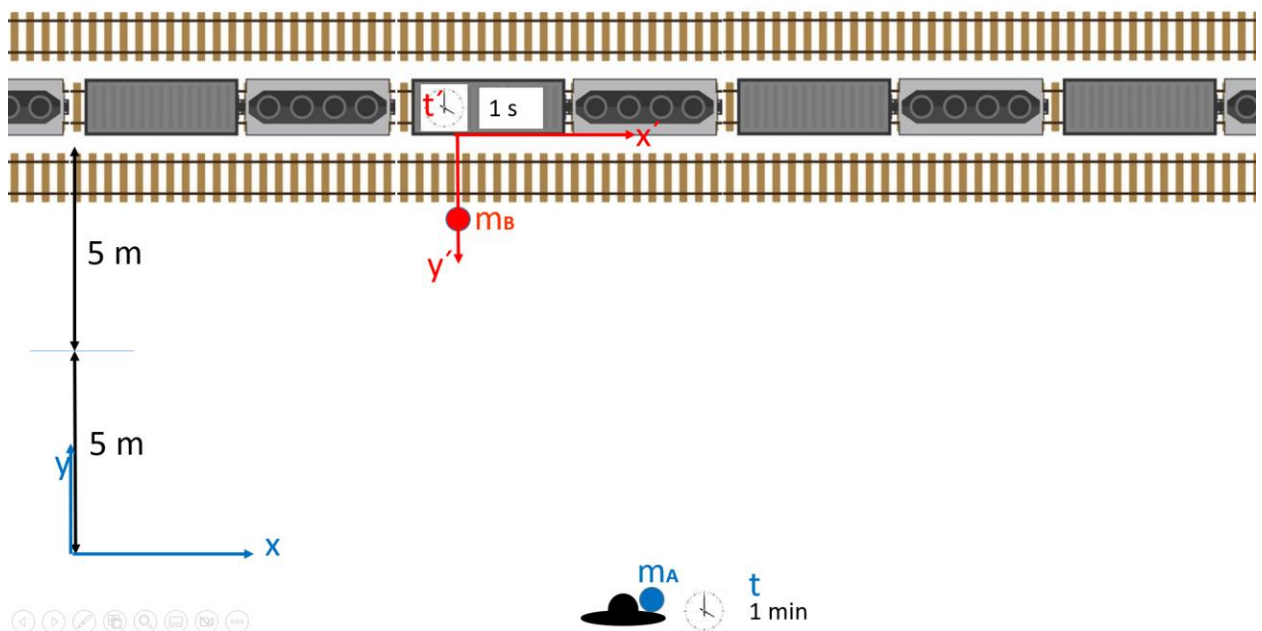
$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Consideramos x' , y' , t' el sistema de referencia del viajero en el vagón. Y consideramos el sistema x , y , t el sistema de referencia de la persona en el andén.

Veamos qué cálculos realiza cada científico para el movimiento de la pelota roja. A lo largo de todo el movimiento la pelota roja va a mantenerse justo enfrente de la ventanilla del viajero del vagón, si bien alejándose de él.

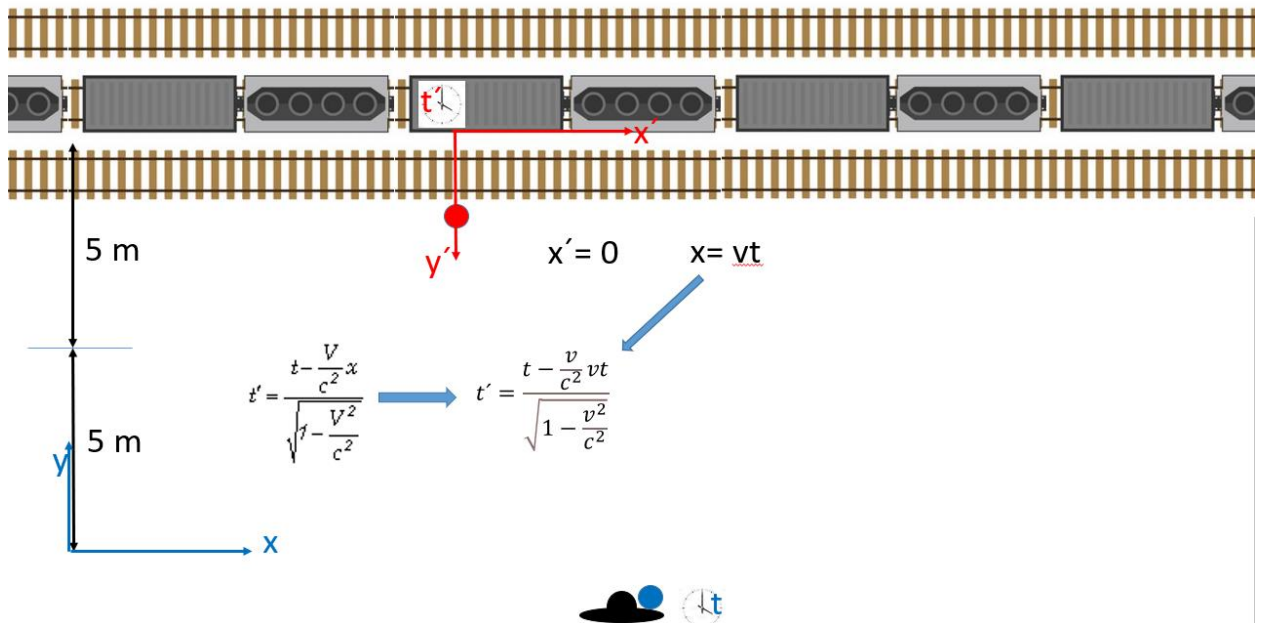
Dado que la persona que va en el vagón va sentada, y no se mueve por el vagón, podemos considerar que $x' = 0$ todo el rato.



Pero para la persona del andén, lo que avanza la pelota roja es $x = vt$ (porque el vagón y la pelota se mueven a velocidad v hacia la derecha).

A partir de la fórmula de Lorentz para el tiempo y considerando que $x = vt$ obtenemos la siguiente fórmula que relaciona los diferentes flujos de tiempo de ambos sistemas:

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



Es decir, la relación entre los tiempos que los observadores le asignan al movimiento de la pelota B viene marcada de la siguiente manera, siendo t_B' el tiempo que mide el viajero para el movimiento de la pelota B, y t_B el tiempo que mide la persona del andén para el movimiento de esa misma pelota roja B.

$$\frac{t_B'}{t_B} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Veamos ahora qué es lo que observa la persona en el andén respecto al choque. La persona del andén tiró la pelota azul a una velocidad de 5 m/s y le ha vuelto a la misma velocidad. Y por otra parte ha visto que la pelota roja que venía a una velocidad de 5 m/min ha vuelto a la misma velocidad después del choque. Por tanto, deduce que por las dos pelotas llevaban **la misma cantidad de movimiento** cuando chocaron.

$$m_A v_A = m_B v_B$$

(Nótese que quitamos las ´ porque ahora estamos considerando el movimiento de las dos pelotas desde el punto de vista de la persona del andén).

Es fácil calcular v_A como la cantidad de metros que se ha desplazado en sentido transversal (y_A), dividido por el tiempo que ha tardado desde que se lanzó hasta que chocó con la otra pelota (t_A). Y exactamente igual podemos calcular v_B

$$m_A \frac{y_A}{t_A} = m_B \frac{y_B}{t_B}$$

Sabemos que $y_A = y_B = 5m$

Con las fórmulas indicadas llegamos a esta:

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{t_B'}{t_A \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero, sabemos por simetría que $t_B' = t_A$, es decir, los tiempos que experimenta el viajero en relación con el movimiento de su pelota B son simétricos a los tiempos que experimenta el del andén en relación con su pelota A (ninguno de los dos es privilegiado), los dos han lanzado la pelota (por su reloj) cinco segundos antes del encuentro y a los dos les ha llegado la pelota devuelta cinco segundos (por su reloj) después del choque.

De todo ello obtenemos que:

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

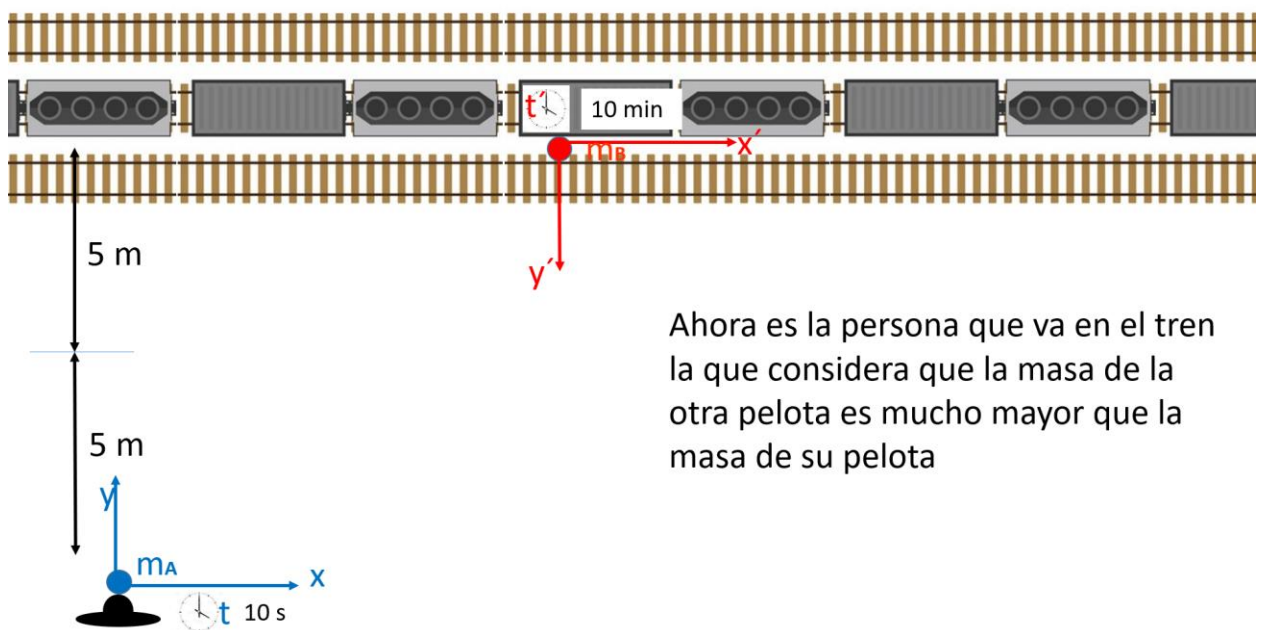
Fijémonos que aquí la relación entre las masas la tratamos desde el punto de vista de la persona del andén (no hay $\hat{}$).

Es decir, dos masas que eran iguales antes de que el tren se pusiera en marcha, han dejado de ser iguales desde el punto de vista de la persona del andén. De hecho, para la persona del andén, **la masa de la pelota roja (B) es mucho mayor que la de la pelota azul (A).**

Si hiciéramos el ejercicio considerando que es el tren el que está quieto y el andén el que se mueve (perfectamente válido también), obtendríamos que el viajero observaría que la pelota azul fue lanzada 5 minutos antes por la persona del andén, y que se acercaba al vagón lentísimamente.

Es evidente que el concepto de “sucesos simultáneos” ya no puede existir. Para el observador del andén, el viajero lanza la pelota mucho antes que él. Pero para el observador viajero, el del andén lanza su pelota mucho antes que él.

Pero lo más interesante es la conclusión a la que hemos llegado de la relatividad de las masas. Cuando consideramos que es el andén el que se mueve, y el tren el que está quieto, resulta que ahora para la persona que va en el tren, **la pelota azul que lanza el del andén es mucho más pesada**, y la ha lanzado mucho antes que él.



Por tanto, ¡**Resulta que también la masa es un concepto relativo!**

En definitiva, desde nuestra posición (en la que nos consideramos parados), percibimos, y a todos los efectos es eso lo que ocurre realmente, que la masa crece en los sistemas que se mueven a velocidades cercanas a la luz.

Reflexionemos un momento sobre las consecuencias filosóficas de este hecho. También el concepto masa es algo relativo. Esto es, sin duda, un duro golpe al materialismo.

Ahora podemos entender también por qué la velocidad de la luz es un límite. Es muy fácil comprobar con esta fórmula que un objeto que viaja a una velocidad del 10% de la velocidad de la luz, incrementa su masa únicamente un 0,5%. Pero un cuerpo que viaja al 90% de la velocidad de la luz multiplica su masa por dos. Así se va incrementando su masa al aumentar la velocidad, de manera que se hace imposible lograr la velocidad de la luz puesto que, según nos vamos acercando a esa velocidad límite, la masa se va haciendo infinita. Por supuesto, para el viajero que va a una velocidad cercana a la de la luz, no nota nada raro en absoluto, porque si viaja a velocidad constante, su situación es indistinguible de estar totalmente en reposo.

Ahora estamos preparados para poder deducir la ecuación más famosa de la historia.

1.2.6. La ecuación más famosa de la historia

Seguro que estás deseando saber cómo podemos llegar a la fórmula más famosa de la historia

$$E = mc^2$$

Como todo lo bonito, nos exigirá un pequeño esfuerzo, pero espero que me acompañes. No necesitarás un conocimiento superior a las matemáticas preuniversitarias. En cualquier caso, lo que vamos a ver quizás pueda ser demasiado técnico y no es relevante para seguir el curso. Si te cuesta seguirlo basta con que leas las conclusiones al final de este apartado.

La clave, como hemos visto, está en la cantidad de movimiento.

Consideremos que el viajero ahora no va en tren, sino que va corriendo y es un superhéroe. Lleva una pelota roja en la mano y corre cada vez más rápido cargando con la pelota, hasta alcanzar la velocidad v . El niño que le ve tiene en su mano una pelota exactamente igual de masa m_0



Vamos a hacer, a continuación, el cálculo de la cantidad de movimiento, de la fuerza y de la energía que le imprime el superhéroe a la pelota roja, siempre desde el punto de vista del niño que está en el andén.

La cantidad de movimiento es mv . Pero tengamos ahora en cuenta que esa masa de la pelota roja que lleva el superhéroe (desde el punto de vista del niño del andén) no es constante. Pongamos su fórmula relativista que hemos calculado en el apartado anterior.

$$mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m es la masa de la pelota roja (que ya vimos que se percibe aumentada desde el punto de vista de la persona del andén)

m_0 es la masa “normal” de la pelota azul para el niño del andén.

Para simplificar la explicación, en adelante llamaremos gamma a:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Luego:

$$mv = m_0 \gamma v$$

¿Cuál es la fuerza que está haciendo el superhéroe en cada momento para lograr acelerar la pelota roja en su carrera? (desde el punto de vista de la persona del andén)

Para resolverlo, debemos tener en cuenta que la fuerza ya no es $F = m \frac{dv}{dt}$

porque la masa ahora varía. Por tanto, la fuerza F es en realidad $F = \frac{d(mv)}{dt}$

¿Y cuál es la energía que le está aportando el superhéroe a la pelota roja en cada momento? (desde el punto de vista de la persona del andén). Es exactamente igual al trabajo que realiza:

$$\Delta E = \int F ds$$

Dado que $ds = v dt$, obtenemos:

$$\Delta E = \int F ds = \int \frac{d(m_0 \gamma v)}{dt} v dt = m_0 \int \frac{d(\gamma v)}{dt} v dt$$

Téngase en cuenta que, desde el punto de vista de la persona del andén, m_0 es siempre constante (la masa de la pelota azul), y por eso puedo sacarla de la integral.

γ sin embargo, no es constante, porque depende de v , que varía en el movimiento acelerado que realiza el superhéroe. Ahora aplico el siguiente truco para calcular la derivada de γv respecto al tiempo:

$$\frac{d(\gamma v)}{dt} = \frac{d(\gamma v)}{d\gamma} \frac{d\gamma}{dt}$$

Por su parte,

$$\frac{d(\gamma v)}{d\gamma} = \gamma \frac{d(v)}{d\gamma} + v$$

Para resolver $\frac{d(v)}{d\gamma}$ hago lo siguiente:

$$\frac{d\gamma}{dv} = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{-2v}{c^2}\right) = \frac{\gamma^3 v}{c^2}$$

$$\text{Luego, } \frac{dv}{d\gamma} = \frac{c^2}{\gamma^3 v^2}$$

Si continuamos con la fórmula que habíamos iniciado al principio, llegamos a esto:

$$\begin{aligned}\Delta E &= \int F ds = \int \frac{d(m_0 \gamma v)}{dt} v dt = m_0 \int \frac{d(\gamma v)}{dt} v dt = m_0 \int \left(\gamma \frac{d(v)}{d\gamma} + \right. \\ &\quad \left. v \right) \frac{d\gamma}{dt} v dt \\ \Delta E &= \int F ds = m_0 \int \left(\gamma \frac{c^2 v}{\gamma^3 v} + v^2 \right) \frac{d\gamma}{dt} dt = m_0 \int \left(\frac{c^2}{\gamma^2} + v^2 \right) \frac{d\gamma}{dt} dt = \\ &\quad m_0 c^2 \int \frac{d\gamma}{dt} dt = m_0 c^2 \Delta \gamma\end{aligned}$$

Es decir,

$$\Delta E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{(1-v_2^2/c^2)}} - \frac{m_0 c^2}{\sqrt{(1-v_1^2/c^2)}}$$

Luego la energía que tiene la pelota roja en cada instante es:

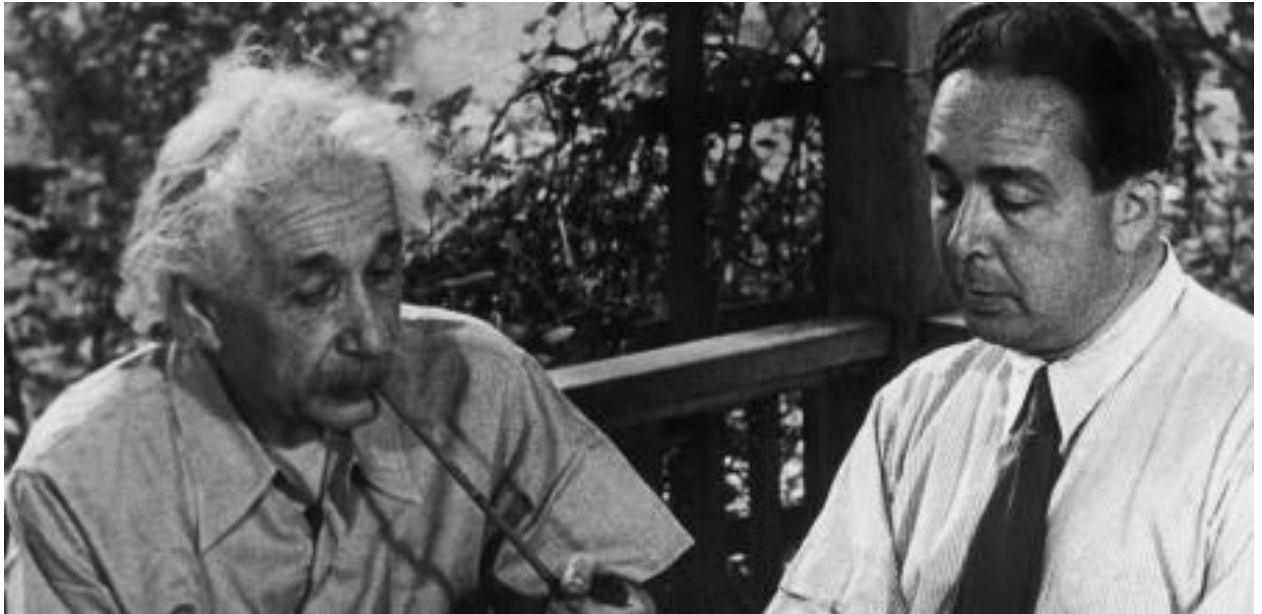
$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{(1-v^2/c^2)}}$$

Pero ahora nos encontramos con un término curioso. Y es que, si el superhéroe no inicia ninguna carrera, la energía inicial que tiene la pelota roja es, para $v=0$:

$$E = m_0 c^2$$

Importancia histórica de la fórmula

En el verano 1939, justo antes de los inicios de la segunda guerra mundial, y habiendo ya invadido Hitler a Checoslovaquia, un físico judío húngaro (Slizard) alertó a Einstein, por entonces ya exiliado en USA, de que los alemanes nazis podrían estar desarrollando una bomba poderosísima a través de la fisión del uranio.



Einstein y Slizard

Einstein exclamó “¡nunca se me había ocurrido!”, pero entendió enseguida la potencia que tendría la bomba, porque la fórmula de esa energía descomunal intrínseca que tenía cualquier masa la había descubierto él mismo en 1905...

$$E = m_0 c^2$$

En seguida hizo sus cálculos. Por ejemplo, un cargamento pequeño de 64 kg de uranio podría tener una potencia de...:

$$E = 64 \times (300.000.000)^2 = 5,76 \times 10^{18} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 5,76 \times 10^{18} \text{ j}$$

¿Y eso es mucho?

Veamos, la energía que proporciona una tonelada de carbón es 29.300.000.000 julios, luego una bomba atómica de 64 kg de uranio equivaldría a... 200 millones de toneladas de carbón ardiendo en un solo instante... equivale a más de mil estadios Santiago Bernabéu llenos de carbón ardiendo a la vez.

Einstein no tardó en escribir a Roosevelt para alertarle, en la misiva fechada el 2 de agosto, de la posibilidad “en el futuro inmediato” de que se usase uranio para hacer “bombas extremadamente poderosas”. Diez días después nacía el Comité Briggs, germen del proyecto Manhattan.

La bomba de Hiroshima de 1945 tenía... 64 kg de uranio. Solo 1 kg entró en reacción.

*“El resultado más importante de la teoría de la relatividad se refería precisamente a la masa inerte. Demostró que ella no era más que **energía latente**”*¹⁰

Por tanto, si la masa es relativa, también lo es la energía...

De manera que, todo lo que considerábamos algo “absoluto”, ha quedado “relativizado” (tiempo, dimensión, espacio, masa, energía...)

¿Y cómo encaja todo esto con la física que hemos estudiado siempre?

1.2.7. La reconciliación de la relatividad especial con Newton

Todo esto está muy bien, pero entonces, lo que hemos estudiado toda la vida que decía que la energía cinética era

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

¿De dónde sale?

Son los cálculos que hacía Newton porque consideraba que la masa era constante. Para Newton los cálculos eran más sencillos:

$$\Delta E = \int F ds = \int \frac{d(m_0 v)}{dt} ds = m_0 \int \frac{ds}{dt} dv = m_0 \int v dv = m_0 \frac{v_2^2}{2} - m_0 \frac{v_1^2}{2}$$
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

¿Cómo se reconcilia esta fórmula con la relatividad especial?

¹⁰ Extraído del artículo “¿Qué es la teoría de la relatividad?”. Einstein. The London Times. 28 de noviembre de 1919.

La reconciliación la tenemos muy cerca. Solo tenemos que analizar la fórmula de la Energía en la relatividad especial y estudiar su aproximación cuando v es muy pequeña.

Esto se hace con la serie de Taylor, que dice lo siguiente:

La aproximación de $f(x)$ cuando x es muy cercano a cero es:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \dots$$

Es fácil ver que, en una serie de Taylor, si consideramos solo los dos primeros sumandos es lo mismo que hacer la aproximación por la recta tangente.

Y ahora, pongámonos a ello. Recordemos que esta es la fórmula que tenemos que desarrollar con Taylor cuando v es muy pequeña, cercana a 0.

$$E(v) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{(1-v^2/c^2)}}$$

Calculamos ahora los términos de cada uno de los sumandos de Taylor:

$$E(0) = m_0 c^2$$

$$E'(v) = v m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}}; \quad E'(0) = 0$$

$$E''(v) = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} + 3 \frac{v^2}{c^2} m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{5}{2}}; \quad E''(0) = m_0$$

Luego podemos aproximar $E(v)$ según Taylor como:

$$E(v) = E(0) + E'(0)v + \frac{E''(0)}{2}v^2 + \dots$$

$$E(v) = m_0 c^2 + 0 + \frac{m_0 v^2}{2} + \dots \text{ (los siguientes sumandos serían infinitesimales)}$$

¡Y voila!

Ahora podemos entender por qué, cuando una masa que está en reposo tiene una energía igual a $m_0 c^2$. Y si logramos ponerla en movimiento, adquiere una energía extra igual a $\frac{m_0 v^2}{2}$

De esta manera reconciliamos de nuevo a Einstein con Newton.

Esta fórmula nos estaba dando a entender que, de alguna manera, quizás era posible obtener esa descomunal energía intrínseca absoluta, a partir de unos pocos gramos de materia. Esto fue posible cuando se descubrió la energía nuclear.

1.2.8. La paradoja de los gemelos. Paul Langevin. 1911

La teoría de la relatividad especial fue una revolución. Un joven de 26 años que trabajaba 8 horas al día, de lunes a sábado, en una oficina de patentes, había revolucionado la física para siempre.

Los científicos trataban de entender las repercusiones que el relativismo del tiempo y del espacio pueden suponer.

Y en efecto, si Einstein estaba en lo cierto, el tiempo dejaba de ser algo absoluto. Pero seguía existiendo un problema con la relatividad, como vamos a ver.

Paul Langevin, estudiando la problemática que originaba la relatividad especial, propone en 1911 la paradoja de los gemelos. Su intención era tratar de demostrar que en la relatividad especial algo marcha mal.

Imaginó un par de gemelos. Andrés tomaba el tren y se despedía de su hermano Jorge. Andrés viajaba muy lejos y muy rápido, pongamos que viaja a la mitad de la velocidad de la luz. Y luego volvía, durante otro recorrido equivalente. A lo largo de 20 años Jorge le ha estado esperando en el andén. Cuando se encuentran de nuevo ¿alguno de los dos ha envejecido más que el otro?

Con las fórmulas de la transformación de Lorentz, podemos calcular fácilmente que el tiempo para el viajero que viaja a la mitad de la velocidad de la luz es más lento.

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Para Jorge, que se quedó en el andén, han pasado 20 años, mientras que para Andrés, que viajaba a velocidades cercanas a la velocidad de la luz, ha pasado menos tiempo.

Sin embargo, también podríamos imaginar que la casa de Jorge ha sido la que ha viajado, mientras que el tren de Andrés es el que se quedaba quieto. Y por tanto sería Jorge el que hubiera vivido menos tiempo, mientras que Andrés habría vivido 20 años.

¿Cómo podía ser que Jorge fuera más viejo que Andrés pero también que Andrés fuera más viejo que Jorge?

¿Cuál es la solución a este enigma? Esto **sí es una paradoja**, porque cuando se vuelven a encontrar, no puede ser que para Andrés Jorge esté más viejo, y para Jorge Andrés esté más viejo.

Este enigma le llevó a Einstein cuatro años resolverlo. Necesitaba otro golpe de chistera genial... Nace así la relatividad general.

1.3 La relatividad general.

La paradoja de los gemelos era un problema bastante complicado de resolver, y ponía en jaque a la teoría de la relatividad.

Por otra parte, quedaba el reto de qué hacer con el “tiempo absoluto”, el “espacio absoluto”, el concepto de masa y materia, el concepto de energía, etc.... Todos estos conceptos parecían ya solo eso, “conceptos”, sin una realidad “absoluta y objetiva”.

Vimos como el experimento del análisis de la trayectoria de una pelota cayendo en el vacío, marcaba una línea recta para un observador, y era una parábola para el otro.

Vimos que ya no podemos hablar de un único espacio absoluto, sino que *“existen infinitos espacios que se hallan en mutuo movimiento. El concepto de espacio como algo que existe objetivamente, con independencia de las cosas, es propio ya del pensamiento precientífico, pero no así la idea de la existencia de un número infinito de espacios en mutuo movimiento”*¹¹

¹¹ Sobre la teoría de la relatividad especial y general. Einstein

Por otra parte, respecto al tiempo, podemos hablar de un orden en nuestras vivencias, pero no podemos hablar de un orden objetivo respecto a los sucesos. “*El ahora pierde su significado objetivo*”¹². Ya no podemos hablar de dos sucesos objetivamente simultáneos.

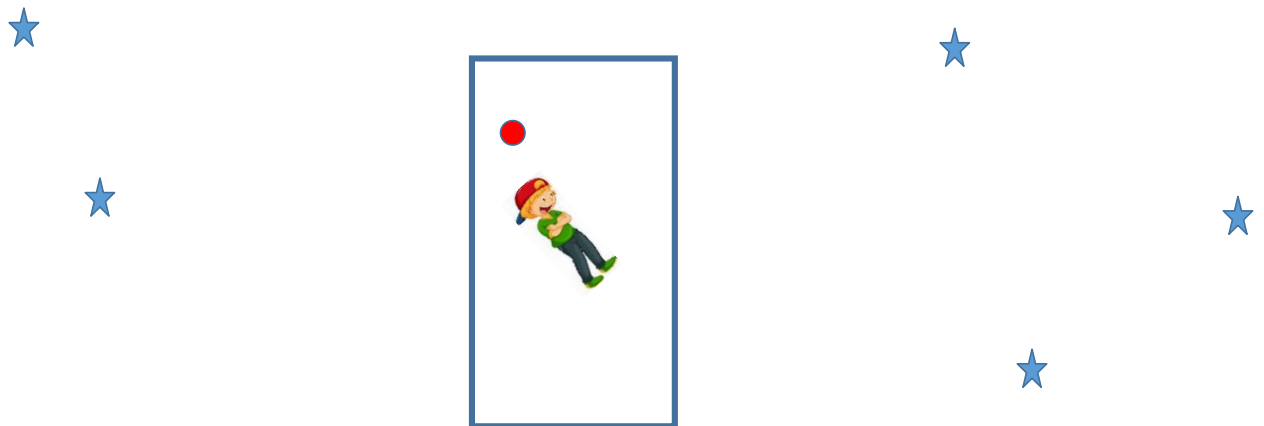
Además de todos estos retos, existía el problema de cómo encajaba la gravedad en la relatividad especial. La mente de Einstein no tenía descanso.

En realidad, ambos problemas estaban relacionados con las aceleraciones, como vamos a ver.

1.3.1. El experimento mental del ascensor

Un nuevo experimento se fragua en la mente privilegiada de Einstein.

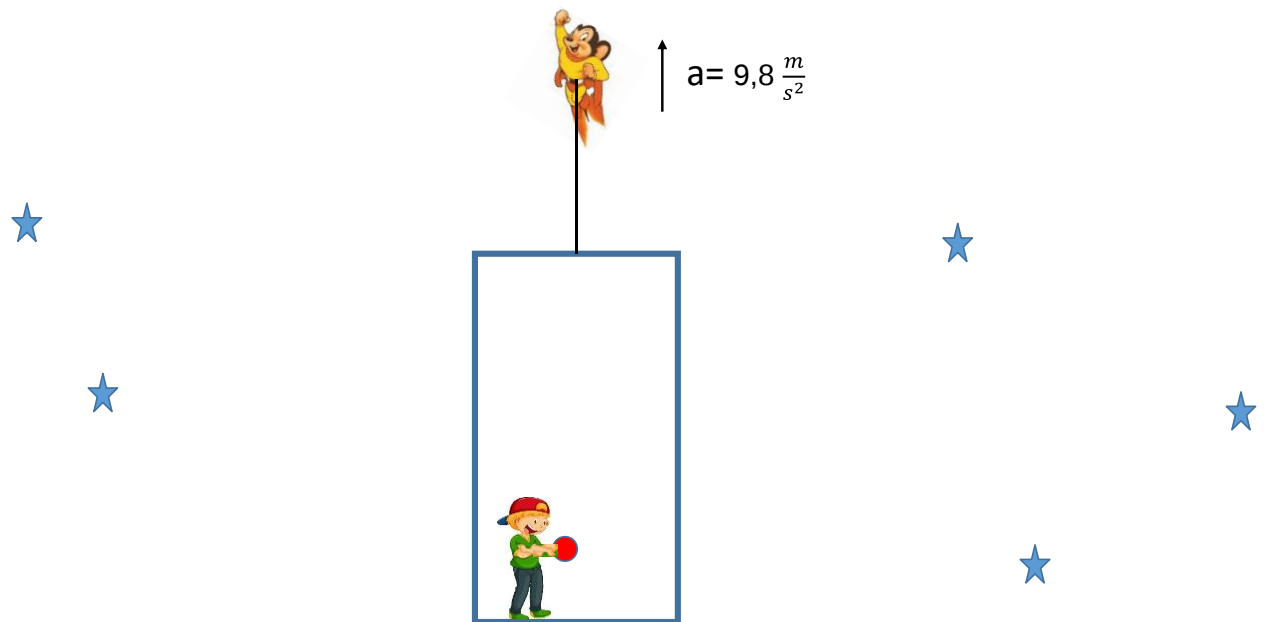
Imaginemos a un hombre dentro de una caja. Inicialmente la caja flota en el espacio, y la persona flota dentro de la caja. La caja se encuentra en el espacio, libre de cualquier fuerza gravitatoria.



Pero ahora, una fuerza poderosa ha atado la caja desde una de sus caras, y le empuja con gran fuerza, con una aceleración de $9,8 \frac{m}{s^2}$.

¿Qué experimentaría esta persona? Notaría que su cuerpo “pesa”, porque tiende a quedarse aprisionado contra una de las caras internas de la caja. Y una vez que entra en contacto, la cara interna de la caja le está empujando hacia arriba con la misma aceleración que lleva la propia caja.

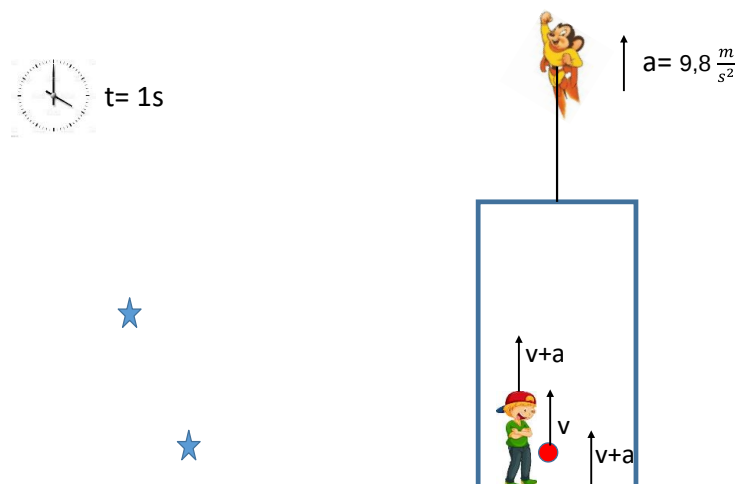
¹² Sobre la teoría de la relatividad especial y general. Einstein



La persona lleva una pelota en su mano, y cuando abre la mano sucede una cosa curiosa para él. La pelota inicia un movimiento “mágico” hacia la cara interna de la caja, donde él apoya los pies. Y la pelota parece moverse (caer) ahora con una aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$ hacia sus pies. Pero, como sabemos, esta es solo su “percepción”.

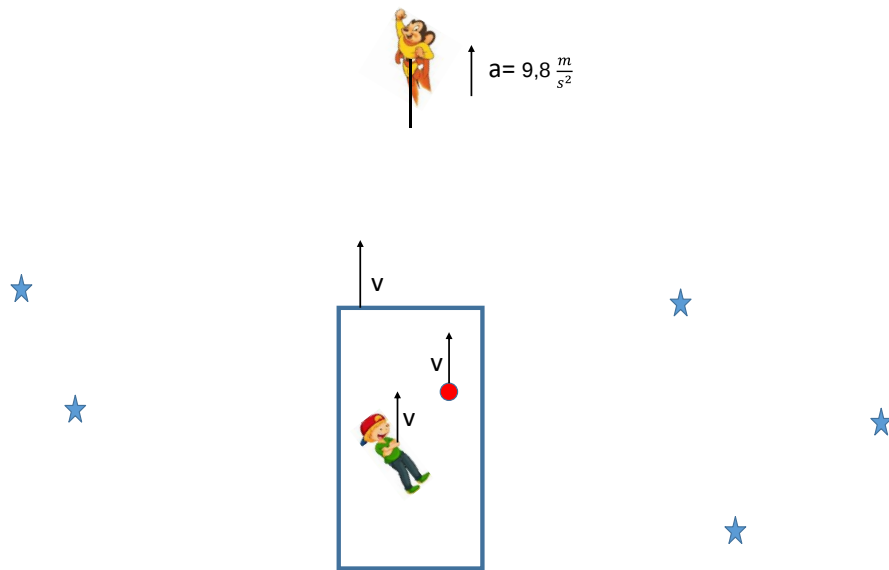
¿Qué está ocurriendo “en realidad” para nosotros?

“En realidad” la pelota, justo en el momento en que deja de estar en contacto con la mano, inicia un movimiento de velocidad uniforme hacia arriba (el mismo que llevaba la mano en el momento en que soltó la pelota), pero el “suelo” de la caja, que mantiene un movimiento acelerado de $9,8 \text{ m/s}^2$ hacia arriba, le alcanza enseguida.



En definitiva, sus sensaciones serían **totalmente idénticas** a las que tenemos a diario en nuestra habitación. Estamos de pie en el suelo, y si soltamos la pelota, ésta, milagrosamente se cae hacia “el suelo”. Estamos tan acostumbrados a esto que no lo vemos como algo que se sale totalmente de lo normal.

Ahora imaginemos que cortamos la cuerda de esa caja que sube acelerada en el espacio. El súper ratón que nos arrastraba se alejaría de nosotros rápidamente.



La caja quedaría con velocidad constante hacia arriba, y la persona también quedaría con idéntica velocidad constante dentro de la caja, también su pelota, y todas sus cosas... Todo quedaría flotando dentro de la caja, en realidad todo moviéndose a una velocidad v idéntica hacia arriba. Es la sensación que tienen los astronautas cuando flotan en el espacio. Cuando los astronautas están en el espacio vacío, su sensación es que “todo flota”. Cuando sueltan un objeto, éste les sigue suavemente en el espacio.

Cambiamos ahora de entorno. Imaginamos que estamos en la Tierra, y nos metemos en un ascensor **que está parado**. Si soltamos la pelota, caerá hacia nuestros pies por el efecto de la gravedad terrestre, en una situación equivalente a la que veíamos antes para la caja arrastrada hacia arriba.

Pero si ahora **cortamos la cuerda que sujeta nuestro ascensor** ¿será posible que experimentemos que flotamos en el espacio como lo experimentaba la persona de la caja antes?

Pensemos en ello. Estamos en el ascensor de nuestra casa. Es evidente que, si cortan la cuerda, el ascensor va a caer con un movimiento acelerado a $9,8 \text{ m/s}^2$.



Es decir, en absoluto va a ir a una velocidad uniforme. Sin embargo, a Einstein le pareció que tendría que ser totalmente equivalente el primer ejemplo de la caja flotando en el espacio, y el segundo ejemplo del ascensor cayéndose al vacío. Einstein diría algo así, “si el caso de la caja ascendiendo en el espacio era, en todos los aspectos, equivalente al ascensor parado pero sometido a la gravedad de la Tierra, entonces el caso de la caja en el espacio a la que le cortan la cuerda, debe ser forzosamente equivalente al caso de un ascensor parado en la Tierra al que repentinamente le cortan la cuerda” Y en efecto así es, la sensación de caída al vacío que experimentamos cuando estamos dentro de un ascensor al que le han cortado la cuerda, es la misma que la sensación que tiene un astronauta de flotar en el espacio, y la misma que ir dentro de una caja que se mueve en el espacio a velocidad uniforme. Y la pelota parecerá que flota a nuestro alrededor, porque tanto la pelota como yo caemos a la misma aceleración (con independencia de la masa o el tipo de materia), y por tanto, todo el rato a idéntica velocidad ambos.

¡Impresionante!

¡O sea que para alguien que se mueve en el espacio a velocidad uniforme, sus sensaciones y su experiencia es totalmente indistinguible de alguien que cae a una aceleración asombrosa hacia la Tierra! ¡Y alguien que es impulsado con una aceleración hacia arriba en el espacio tiene unas sensaciones y una experiencia equivalente a estar **quieto** en un entorno con gravedad!



SON EQUIVALENTES

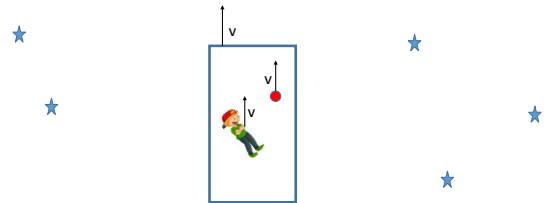
Movimiento acelerado por gravedad

Todo va a la misma velocidad (pelota, gorra, zapato, caja, intestinos...) y no se percibe fuerza alguna



Movimiento uniforme

Todo va a la misma velocidad (pelota, gorra, zapato, caja, intestinos...) y no se percibe fuerza alguna

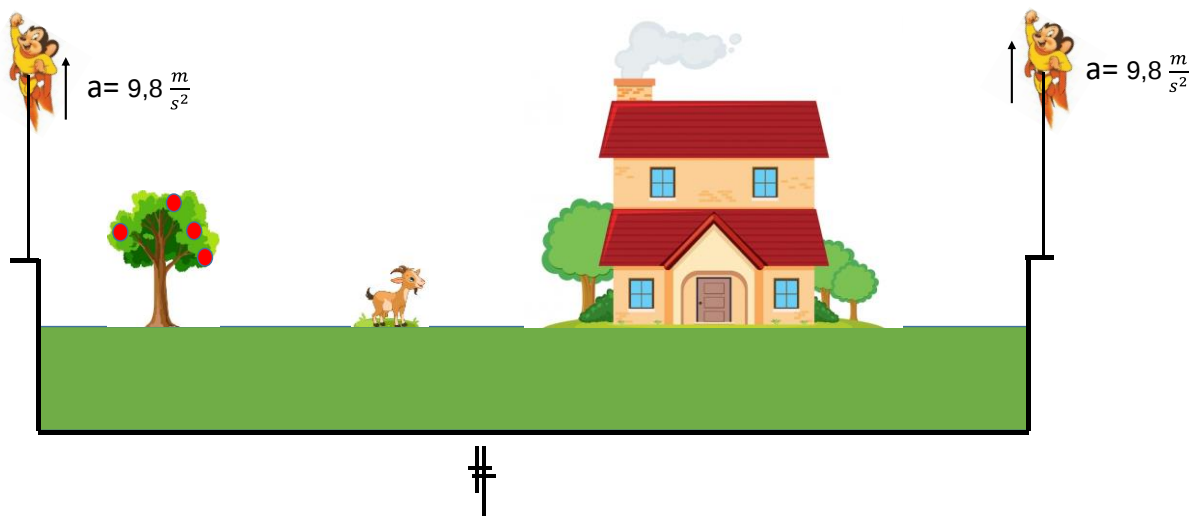


Todo esto está, hasta el momento, de acuerdo con lo que Galileo y Newton nos enseñaron. Ellos lo habrían entendido perfectamente, si bien les habría dado que pensar... Porque ellos se quedaron a medias, y no profundizaron en estas equivalencias.

1.3.2. El experimento mental del suelo de la Tierra que asciende aceleradamente

El siguiente experimento mental que nos planteamos es imaginar que el suelo de la Tierra está subiendo a una aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$, y no existe la fuerza gravitatoria, únicamente existe ese movimiento ascendente y acelerado del suelo de la Tierra.

Si esto fuera así, todos los animales experimentarían una cierta fuerza que el suelo hace sobre sus pies, que les arrastra hacia arriba a una aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$.



Siguiendo con esa equivalencia del ejemplo de Einstein, cuando el tallo de una manzana no puede soportar esa aceleración ascendente alocada que está llevando el suelo, se desprende de la rama, y en ese momento la manzana, al desprenderse del árbol, queda con la velocidad ascendente que llevaba el árbol en ese momento, e inicia un movimiento lineal ascendente de velocidad constante. Sin embargo, el suelo, que sube aceleradamente, enseguida alcanza a la manzana. Aquí tenemos la famosa manzana de Newton explicada de una forma radicalmente distinta... Lo hemos explicado sin necesidad de postular la existencia de la fuerza de gravedad.

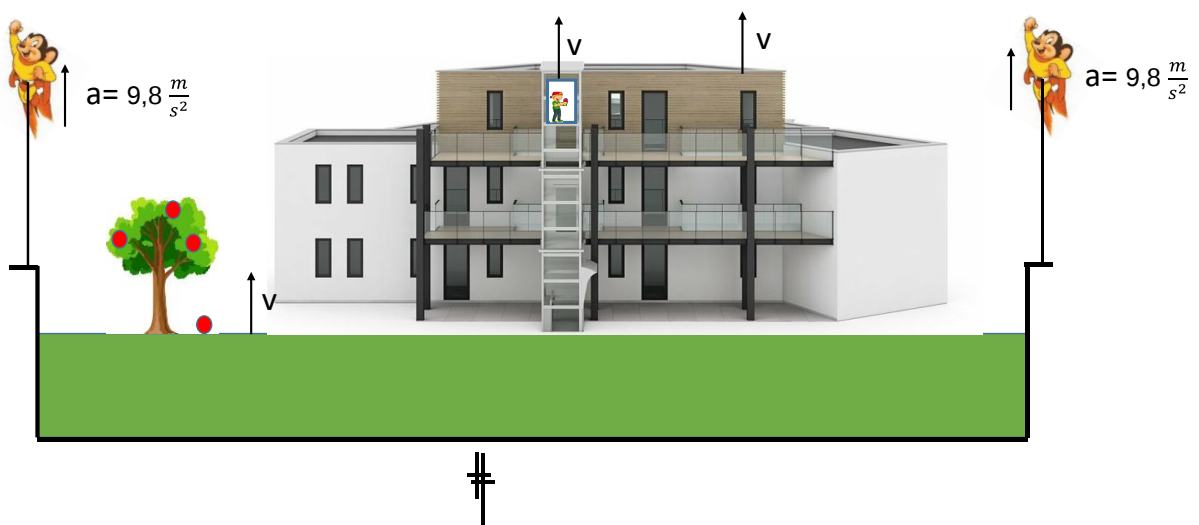
Si Newton levantara la cabeza diría ¡Pero qué diablos estáis diciendo!



... Pero qué....!

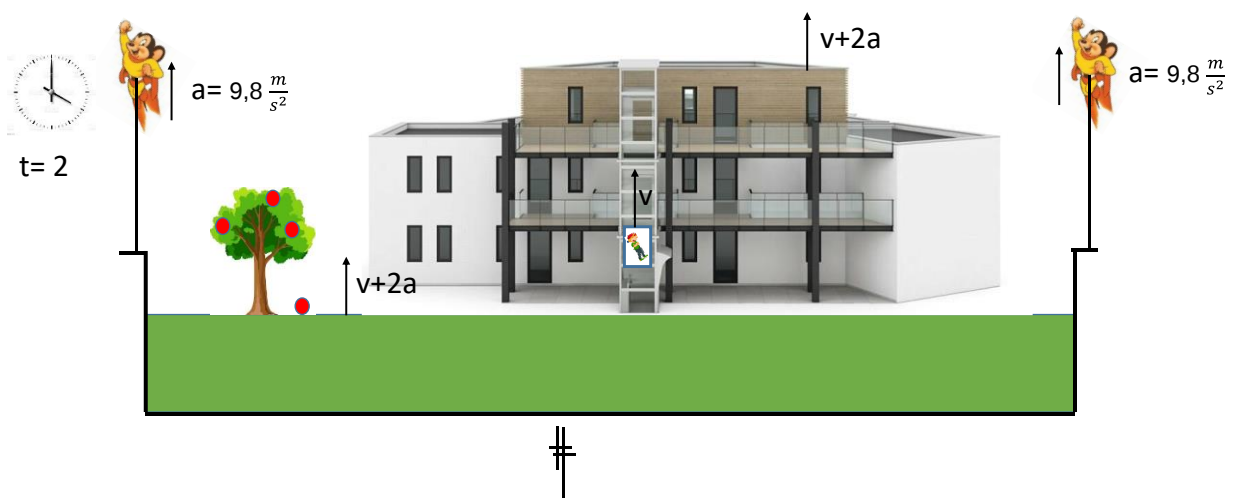
Pero sigamos.

Mantenemos la idea de que el suelo de la Tierra asciende aceleradamente a $9,8 \text{ m/s}^2$ y no existe la gravedad. Si ahora imaginamos un ascensor parado en un piso de un edificio, podemos imaginar que este ascensor, al estar atado por una cuerda al techo del edificio, y el edificio apoyado sobre el suelo de la tierra, está todo el conjunto también ascendiendo con una aceleración constante de $9,8 \text{ m/s}^2$ arrastrado todo por la tierra. Es decir, estamos de nuevo exactamente en el mismo caso del principio, cuando la caja era arrastrada aceleradamente en el espacio en ausencia de gravedad.



Si ahora nosotros, que estamos dentro del ascensor, **soltamos la pelota** que tenemos en nuestra mano, quedará en el aire ascendiendo a una velocidad constante, y enseguida el suelo del ascensor lo alcanzará a una aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$, de manera que tendremos la impresión de que “baja” hacia nuestros pies y choca con el suelo del ascensor.

Si ahora **cortamos la cuerda del ascensor**, la caja continuará, por inercia, subiendo a una velocidad constante, igual que la persona que esté en el ascensor, y tendremos la sensación de flotar.



Pero el problema es que el suelo del edificio y el fondo del hueco del ascensor sube a una velocidad acelerada de $9,8 \text{ m/s}^2$, (impulsado todo por los ratones), igual que lo hace el resto del suelo terrestre, y pronto alcanzará a la caja del ascensor, con consecuencias catastróficas para las personas del ascensor.

Con ejercicios mentales como este, Einstein acabó considerando que lo que sucede en la Tierra es totalmente equivalente a que el suelo terrestre estuviera acelerándose hacia arriba a $9,8 \text{ m/s}^2$ y que la gravedad no existiera. Consideró que las fuerzas gravitatorias son totalmente equivalentes a la ascensión acelerada del suelo. Es decir, gravedad y aceleración son indistinguibles.

“La idea más feliz de toda mi vida” según el propio Einstein, fue imaginar a una persona cayéndose del tejado y darse cuenta de que no sentiría su propio peso. Ese pensamiento de 1907 le iluminó en su camino hacia la relatividad general.

Un astronauta ¿está en reposo, está moviéndose o está cayendo?

Veamos qué es lo que experimenta un astronauta flotando en el espacio. Si no ha logrado entrar en órbita y está en caída libre, vería como la Tierra se va haciendo cada vez más grande. Él está flotando, y por supuesto, no nota ningún tipo de aceleración. Pero claramente ve como la Tierra se va haciendo cada vez más grande a sus ojos, peligrosamente grande, de hecho.

Su sensación es como si flotara, como si estuviera parado flotando en el espacio. Lo que nota es la ausencia de gravedad, a pesar de que está cayendo hacia la Tierra por efecto de la gravedad. Cuando hacemos “puenting” y saltamos al vacío desde lo alto del puente notamos como nuestro estómago sube ligeramente hacia arriba, es la sensación típica del salto al vacío. Esa sensación es, en realidad, la sensación de **no tener gravedad**. Nuestro estómago está siempre, a diario, sostenido por el suelo de nuestra pelvis, y cuando dejamos de notar ese peso sobre nuestra pelvis nos da la sensación de “vacío en el estómago”. Cuando saltamos al vacío nuestro estómago, y todos los órganos internos, quedan “flotando” dentro nuestra. Esa es la sensación del “salto al vacío”, que es la misma que la sensación de “ausencia de gravedad”. El mechero que cae conmigo, mi estómago, y yo, caemos a las mismas velocidades y con las mismas aceleraciones.

¿Pero cómo es posible que un astronauta que cae como consecuencia de la gravedad no note la gravedad y, sin embargo, nosotros que estamos parados en el suelo, la estamos notando constantemente? En efecto, así es. Lo que nosotros notamos aquí en la Tierra, en realidad no es la fuerza de la gravedad, que en realidad veremos que no existe, sino el efecto que hace el suelo contra nuestros pies. Pero al astronauta nada le empuja ni le sostiene, y flota en el vacío, y por tanto no nota la gravedad, aunque esté “cayendo” aceleradamente. Si no existiera la gravedad y el astronauta se moviera a velocidad constante, o si estuviera totalmente “parado”, su sensación sería idéntica.

El caso de los pasajeros en un avión que cae en el vacío

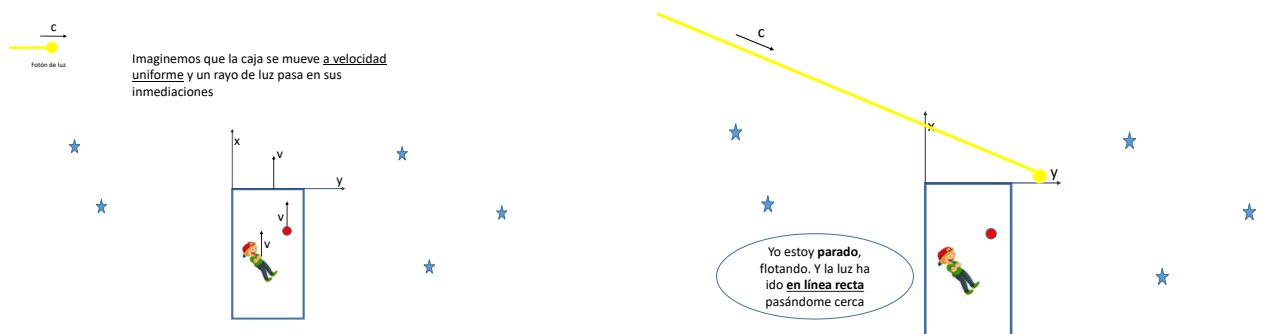
Imaginemos que vamos en un avión que vuela sobre ese suelo loco que asciende eternamente a $9,8 \text{ m/s}^2$. La fuerza de sustentación de las alas está sosteniendo la nave. Como en todos los casos anteriores, el suelo de la Tierra está ascendiendo con un movimiento acelerado. Como el avión está siendo sustentado por el aire, y el aire por el suelo, el avión cuando planea “horizontalmente” está también ascendiendo a esa “velocidad acelerada” de $9,8 \text{ m/s}^2$.

Si en un momento determinado el avión para los motores, e inicia una caída “en picado”, sus pasajeros comenzarán a experimentar la ausencia de gravedad (porque ya nada les sostiene) y el avión quedará a la velocidad constante y ascendente que había alcanzado en el último momento de sustentación, pero el suelo se le acerca peligrosamente porque asciende con movimiento acelerado. Las personas en el avión experimentarán por primera vez en su vida la ausencia de gravedad, mientras el avión cae en picado. Esta es la única manera de simular la ausencia de gravedad en la Tierra, y es un método eficaz para el entrenamiento de astronautas.



¿Es posible entonces que la luz siga una trayectoria curva?

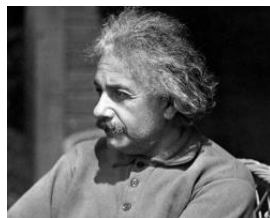
Analicemos ahora el caso de un hombre en un ascensor, en el espacio, en ausencia de gravedad, que está ascendiendo a velocidad constante. Él ve que un haz de luz viaja por el espacio rápidamente. Aunque el ascensor se está moviendo, él percibe que la luz se mueve de manera rectilínea.



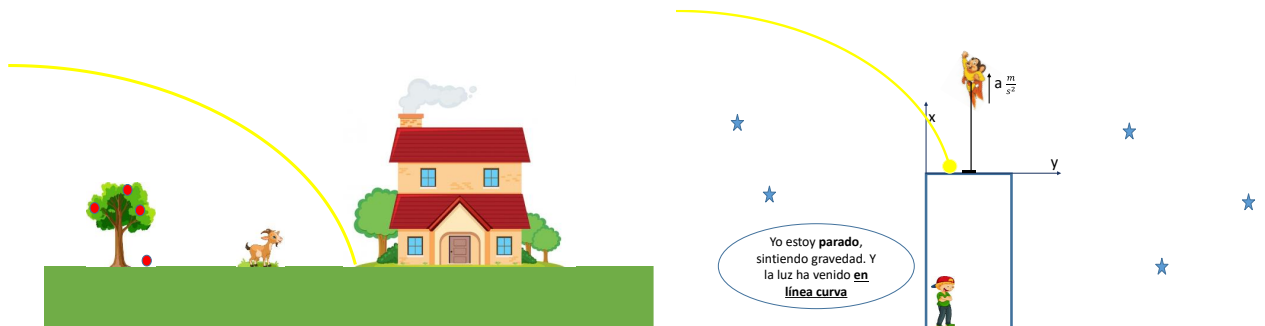
Ahora imaginemos que el ascensor asciende de manera **acelerada** en el espacio, por ejemplo a $9,8 \text{ m/s}^2$. Lo que él verá en este caso es que ¡la luz toma una trayectoria curva!



Si este caso es equivalente al de la gravedad... ¿Es posible que la gravedad curve la luz?



Dado que es en todo equivalente, también la gravedad de un planeta o una estrella tienen que lograr curvar la luz



Por supuesto, todos estos experimentos únicamente estaban, en principio, solo dentro de la mente de Einstein. Era un experto en buscar equivalencias, porque tenía una fructífera e increíble imaginación.

Pero una cosa era entender que ambos supuestos eran equivalentes, y otra cosa muy distinta, pensar que esto era lo que ocurría en realidad.

Pero los experimentos posteriores le dieron la razón.

El propio Einstein propone en su libro sobre la teoría de la relatividad una manera de demostrar experimentalmente la relatividad general¹³

1.3.3. La curvatura de la luz. Primera demostración de la relatividad general

Así que un rayo de luz, aún sin tener masa, debía curvar su trayectoria por efecto de una estrella suficientemente masiva, por ejemplo, el sol. Pero, según la ley de Newton, no debería existir ninguna curva, puesto que supuestamente la luz no tiene masa. Si el fotón no tiene masa, no existe fuerza gravitatoria alguna, y por tanto no existe aceleración. Confirmar esa curvatura sería una manera de confirmar la ley de la relatividad.

Si, en efecto, la trayectoria del fotón se curva, querría decir que el concepto “fuerza gravitatoria” es solo un concepto matemático que funciona para los cálculos que hizo Newton, y funciona en la vida real, pero no es real. El universo no funciona así. **Las masas no experimentan fuerzas de atracción entre sí** (puesto que el fotón no tiene masa y también experimenta el cambio de trayectoria).

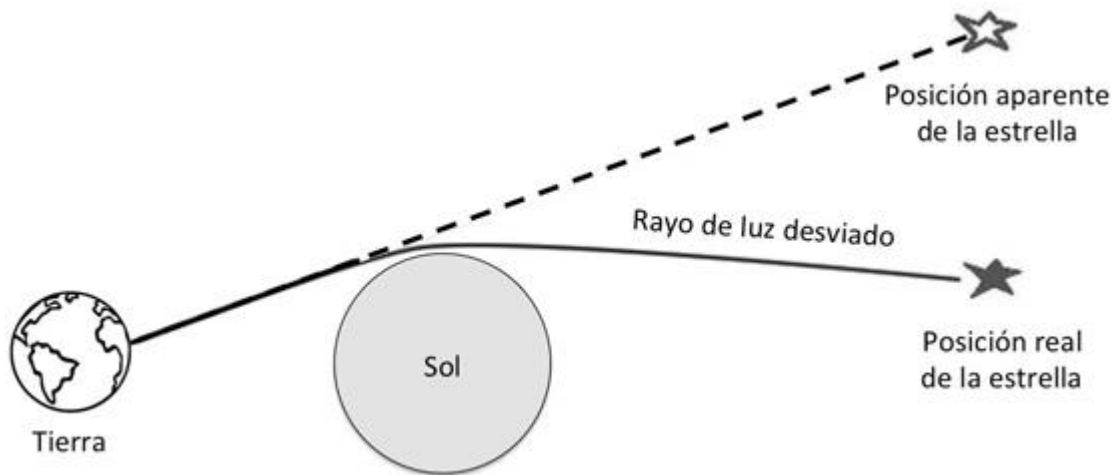
Pasó muy poco tiempo hasta que se organizó la primera gran expedición que trató de demostrar si la Relatividad era algo que existía solo en la mente de Einstein, o si de verdad era algo que sucedía en el universo.

La oportunidad se dio en el eclipse de sol del 29 de mayo de 1919, finalizada ya la primera guerra mundial.

Un eclipse total de sol logra ocultar la luz solar por completo y permite ver las estrellas que están en una visual muy cercana. Las estrellas que en ese momento estuvieran detrás del sol, no deberían verse, al estar ocultas por la masa solar.

Pero si la luz se curvaba por efecto de la masiva gravedad solar, entonces debería poder verse una estrella que estuviera justo detrás.

¹³ “...cabe contrastarlo con la realidad. Aun cuando una reflexión detenida demuestra que la curvatura que predice la teoría de la relatividad general para los rayos luminosos es ínfima en el caso de los campos gravitatorios que nos brinda la experiencia, tiene que ascender a 1,7 segundos de arco para rayos de luz que pasan por las inmediaciones del Sol. Este efecto debería traducirse en el hecho de que las estrellas fijas situadas en las cercanías del Sol, y que son observables durante eclipses solares totales, aparezcan alejadas de él en esa cantidad, comparado con la posición que ocupan para nosotros en el cielo cuando el Sol se halla en otro lugar de la bóveda celeste. La comprobación de la verdad o falsedad de este resultado es una tarea de la máxima importancia, cuya solución es de esperar que nos la den muy pronto los astrónomos”



La demostración fue indiscutible. Los científicos fueron capaces de ver estrellas que deberían haber estado detrás del sol y, sin embargo, aparecieron a un lado. Esto solo podía deberse a que el fotón que llegaba de la estrella había seguido una trayectoria curva.

Todo se confirmaba tal y como predecía la teoría de Einstein. Tan solo habían pasado cuatro años desde la propuesta teórica más ambiciosa, audaz e increíble de la historia, y se lograba verificar con un experimento incuestionable.

1.3.4. Galileo, Newton y Einstein. Masa inercial y masa gravitatoria

El primer paso hacia la relatividad general se había dado, en realidad, con Galileo. Fue él el primero en darse cuenta de que todos los cuerpos caían exactamente a la vez, con la misma velocidad, y con la misma aceleración, con independencia de su masa, y con independencia del tipo de material del que estuvieran hechos (siempre que despreciáramos la fuerza de rozamiento del aire).

Newton, por su parte, logró explicar todos los fenómenos gravitatorios (que ocurrían en el espacio y en la Tierra) con una única y simple fórmula:

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

Y también relacionó la Fuerza aplicada a una partícula con la aceleración que esta experimentaba:

$$F = ma$$

Al igualar ambas fórmulas, Newton demostraba matemáticamente que Galileo tenía razón.

$$F = \frac{GMm}{R^2} = ma$$

$$a = \frac{GM}{R^2}$$

Como vemos, se llega a la conclusión de que la aceleración gravitatoria no dependía de la masa del cuerpo atraído (m), sino solo de la masa del planeta (M).

Pero espera... aquí hay gato encerrado... Está claro que Newton quiso llegar de manera “rápida” a la conclusión de Galileo, es decir, quería demostrar que las aceleraciones no dependían de la masa del cuerpo atraído (m).

Pero se saltó un paso que no llegó a justificar. Fíjate que hay una m que he puesto azul, y otra m que he puesto roja ¿Por qué?

La m azul es la masa inercial. Es la masa que nosotros notamos cuando tratamos de poner un cuerpo en movimiento. Cuesta muchísimo más poner un camión en movimiento que unos patines. Eso es porque la **masa inercial** tiende a quedarse en su sitio, y tiende mucho más a quedarse en su sitio cuanto mayor es la masa inercial.

Otra cosa totalmente distinta es la m roja. La m roja es la **masa gravitatoria** y es la que, según Newton, hace que el cuerpo sea atraído por el planeta masivo. Sería el equivalente a la carga q en un campo eléctrico. En un campo eléctrico a nadie se le ocurre igualar $q=m$. Una masa grande puede tener poca carga eléctrica, y una masa pequeña puede tener mucha carga eléctrica

¿Por qué Newton igualó m azul = m roja?

$$m_{\text{gravitatoria}} = m_{\text{inercial}}?$$

Einstein dirá más adelante que Newton no dio ninguna justificación para igualar ambas masas, simplemente las igualó porque era la única manera de llegar al resultado **al que quería llegar**, porque eso es lo que había demostrado Galileo experimentalmente.

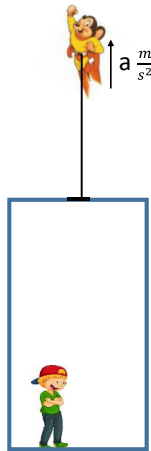
“La teoría de la relatividad general debe su creación en primer lugar, al hecho experimental de la igualdad numérica que hay entre la masa inercial y la masa gravitatoria. La mecánica clásica no ofrecía ninguna interpretación de este hecho fundamental” (Sobre la teoría de la relatividad. Conferencia en Londres. Einstein).

“La ley de igualdad entre la masa inercial y la masa gravitatoria, me inspiró en su sentido más profundo. Su vigencia me asombraba. Al mismo tiempo creía que en ella estaba la clave para la comprensión de la inercia y de la gravitación” (sobre los orígenes de la teoría de la relatividad general, Einstein).

Como dijo Einstein *“la antigua mecánica registró este importante principio, pero no lo interpretó”*. Newton había igualado ambas masas, la inercial y la gravitatoria, pero no explicó por qué.

Lo explicamos nosotros.

Si volvemos al ejemplo de la persona que vive dentro de una caja en el espacio, la cual están empujando de manera acelerada,



Los pies de esta persona están aprisionados contra una de las caras interiores de la caja (lo que él interpretaría como “suelo”). De manera que esa cara está haciendo una fuerza sobre la persona, que es mayor cuanto mayor sea la **masa inercial** de la persona, porque la masa inercial tiende a quedarse quieta o a velocidad constante, pero el ratón la intenta mover aceleradamente a pesar de esa resistencia. Por tanto, el efecto de la “gravedad” lo explicamos con la masa inercial, sin necesidad de recurrir al concepto de masa gravitatoria, que en realidad, no existe.

Newton diría que, en el caso de una persona de pie en su jardín en la Tierra, la fuerza que hace el suelo sobre él es mayor cuanto mayor sea su **masa gravitatoria**.

Einstein diría que se puede suponer que el suelo se está acelerando hacia arriba, pero la persona, por su **masa inercial**, tiende a quedarse en reposo (o en la misma velocidad que tenía).



Por eso, Einstein logra explicar este fenómeno sin necesidad de introducir el concepto de **masa gravitatoria**.

Los experimentos mentales de Einstein que hemos visto antes trataban de explicar por qué podíamos considerar la masa siempre como **masa inercial**, y despreciar el concepto de masa gravitatoria del cuerpo atraído.

Así que no existe la masa gravitatoria. Olvidaros de todo lo que aprendimos en bachillerato...

Para Einstein, la fuerza de la gravedad no existe, o mejor dicho, “la gravedad no es una fuerza”. Todo se puede explicar con aceleraciones que afectan a una **masa inercial**. Veremos más adelante como puede explicar Einstein todo lo que ocurre en la Tierra, si la fuerza de gravedad no es una “fuerza”.

Pero antes debemos profundizar en el concepto de “varias” dimensiones...

1.3.5. Un espacio-tiempo de cuatro dimensiones

Antes de seguir profundizando en la relatividad general, es preciso que seamos capaces de imaginar la cuarta dimensión. Seguramente alguna vez os habéis preguntado por qué existen solo tres dimensiones. ¿Por qué no existen solo dos? o ¿Por qué no existen cuatro dimensiones espaciales?

La ciencia actual ha demostrado que la vida solo puede existir en tres dimensiones espaciales, porque entre otras muchas cosas, las órbitas de los planetas no serían estables en mundos de dos dimensiones, ni de cuatro, ni de cinco... Solo en tres dimensiones las cosas cuadran.

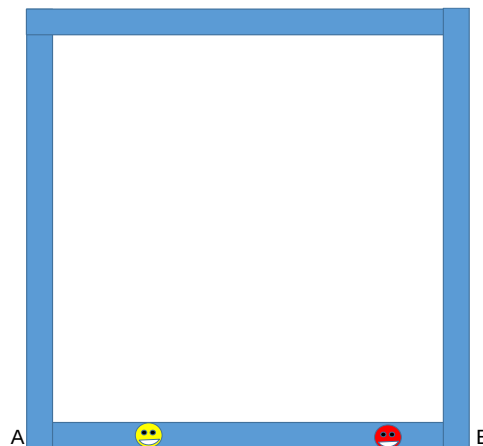
Pero imaginemos un mundo con dimensiones distintas de tres, para ir poco a poco ganando en intuición sobre estos conceptos.

Los habitantes de un segmento

Comencemos pensando en que tú y yo somos dos puntos que viven en un segmento de un metro de longitud. Viviríamos en un mundo de una sola dimensión. Por supuesto uno vivirá siempre a la derecha y otro siempre a la izquierda, puesto que no podemos atravesarnos.



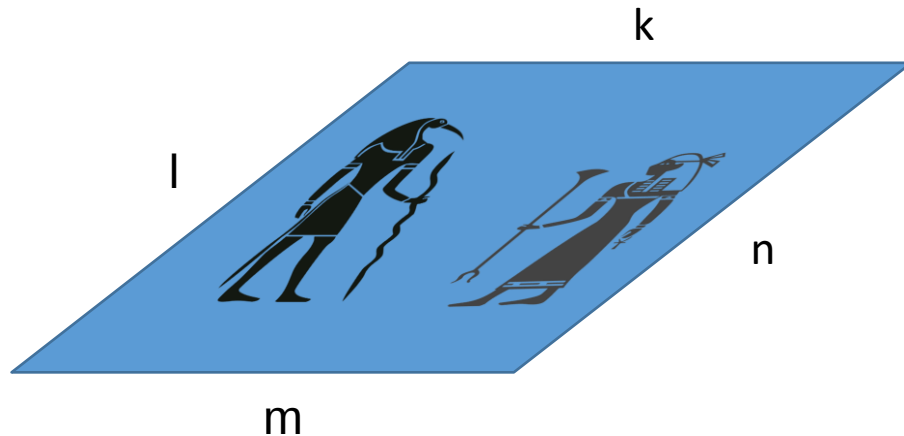
Pero tú, que tienes mucha imaginación dices un día con unas cervezas ¿te imaginas que existiera otra dimensión? Yo no sería capaz de imaginarlo porque siempre he vivido en ese segmento. Pero tú insistes en que quizás existan otros segmentos ahí “fuera”, y que todos esos infinitos segmentos juntos forman un mundo de dos dimensiones. A mí se me escaparía totalmente la idea, pero tú eres capaz de imaginarlo de la siguiente manera. Me dices; “Imagínate que existiera la posibilidad de crear otros dos segmentos en nuestras fronteras A y B “hacia fuera de nuestro mundo”. Y un tercer segmento muy similar al nuestro (paralelo) que los uniera. Habríamos creado tres mundos unidimensionales similares al nuestro. Y entre ellos habríamos generado un mundo de dos dimensiones, algo inimaginable. Un cuadrado.



Los habitantes de un cuadrado

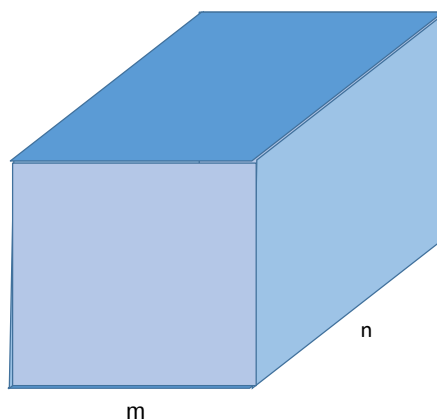
Ahora somos dos dibujos que habitan en un cuadrado. Dado que somos seres totalmente bidimensionales, seríamos similares a los dibujos de los antiguos egipcios.

Solo podemos andar de derecha a izquierda y de arriba abajo. Yo solo puedo mirar hacia la derecha y tú solo puedes mirar hacia la izquierda.



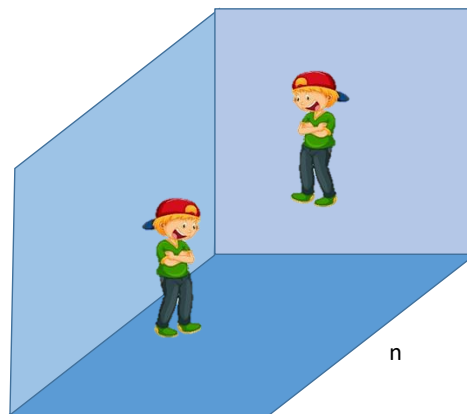
Y tú, de nuevo, me dices. “¿Te acuerdas cuando éramos puntos? Qué difícil nos resultaba imaginarnos las dos dimensiones. Ahora vivimos en un cuadrado de dos dimensiones y nos parece totalmente natural. Tratemos ahora de imaginarnos tres dimensiones. Imaginemos otros cuatro cuadrados que salen de cada frontera de nuestro mundo (de cada segmento k, l, m y n), “hacia fuera de nuestro mundo”. Ahora imaginemos un último cuadrado paralelo al nuestro que los une.

Habríamos formado así cinco mundos bidimensionales cuadrados, adicionales al nuestro (cinco caras más). Y entre ellos existiría todo un espacio **tridimensional** entre los seis cuadrados. Habremos formado un cubo tridimensional.



Los habitantes de un cubo

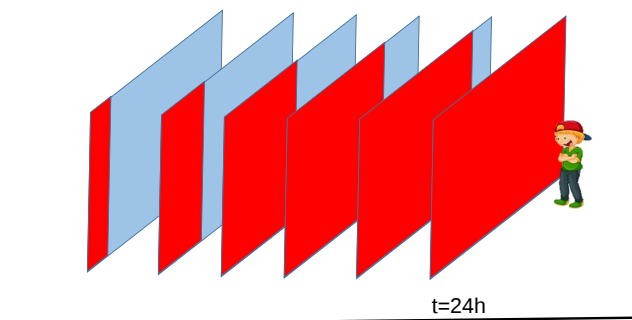
Ahora somos seres tridimensionales. Personas de carne y hueso, que viven dentro de un cubo. Podemos girar la cabeza normalmente, y girar todo nuestro cuerpo, podemos “nadar” y “flotar” por cualquier parte del cubo, hacia arriba, hacia abajo, hacia adelante, hacia atrás, hacia la derecha y hacia la izquierda.



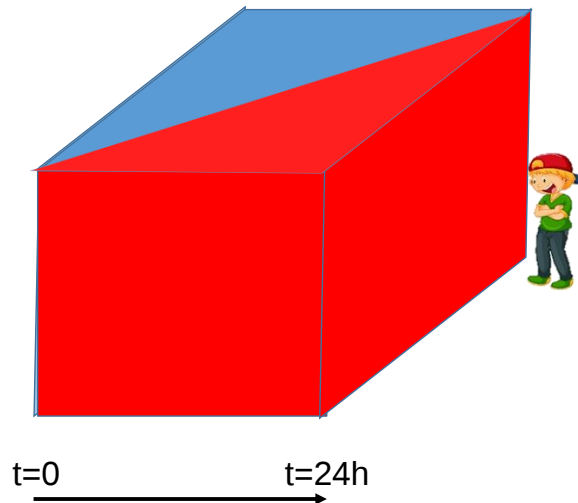
Y de nuevo me dices. “Imagínate que fuéramos capaces de crear otros cubos contiguos a cada uno de los seis cuadrados de nuestro cubo. Imaginemos, por tanto, seis mundos-cubos contiguos “hacia fuera” de nuestro mundo, y un último cubo, paralelo al nuestro, que los una”.

Este último paso nos debe de costar más. Para comprenderlo mejor necesitamos incluir la variable tiempo. Imaginemos que ahora seis amigos tienen el encargo de pintar toda la habitación (el cubo) de rojo. Cada uno de ellos pintará **a lo largo de 24 horas** una pared, el techo y el suelo. En total son seis las superficies que hay que pintar de rojo entre los seis amigos.

Si representamos cómo evoluciona el proceso de pintar de rojo una pared a lo largo de 24 h, podríamos pensar que es algo así:



Y si compactamos cada una de esas secciones temporales, y las ponemos todas juntas, el cubo espacio-temporal tendría esta pinta:



Vemos que para $t=0$ la pared es totalmente azul. Y para $t=24\text{ h}$ está ya enteramente pintada de roja. En tiempos intermedios vemos que la parte izquierda de la pared es roja, pero la parte derecha es azul. Este cubo tiene **tres dimensiones**. **Dos** dimensiones son espaciales (porque la pared tiene dos dimensiones) y la otra es temporal.

Exactamente igual podríamos crear otros cinco cubos espacio-temporales que representarían el proceso de pintar las otras tres paredes, el suelo y el techo. En total serían seis cubos espacio-temporales **de tres dimensiones** (dos dimensiones espaciales y una dimensión temporal). Las otras dos fronteras tridimensionales del mundo cuatridimensional que estamos buscando serían:

- La propia habitación de tres dimensiones espaciales con todo su espacio interior, en el tiempo $t=0$ (que tiene todavía todas las paredes, el techo y el suelo azules).
- Y la misma habitación de tres dimensiones espaciales en el tiempo $t=24\text{ h}$ (que tiene ya todas las paredes, el suelo y el techo rojos).

En el interior de esas ocho fronteras tridimensionales existe todo un mundo cuatridimensional. Este mundo cuatridimensional sería el espacio de toda la habitación y todo lo que ocurre en él a lo largo del tiempo. Veríamos los pintores moviéndose, discutiendo, peleándose, descansando, comiendo y durmiendo. Todo eso ocurre dentro del espacio de la habitación en el mundo tetradimensional (tres dimensiones espaciales y una temporal).

Hemos creado así un “cubo tetradimensional” (tres dimensiones espaciales y una temporal), cuyas fronteras son 8 cubos tridimensionales.

Ahora sí, nos resulta más sencillo imaginarnos un espacio tetradimensional. De hecho, como veremos enseguida, todo lo que conocemos tiene cuatro dimensiones, incluso nosotros mismos. Pero no hemos sido conscientes hasta ahora.

1.3.6. El espacio-tiempo

“Si nadie me pregunta qué es el tiempo, lo sé, pero si me lo preguntan y quiero explicarlo, ya no lo sé”

San Agustín. Confesiones.

Es muy difícil explicar lo que es el tiempo. San Agustín en sus “confesiones” hizo reflexiones interesantes acerca de este elemento. En realidad, es difícil imaginar qué es el tiempo, especialmente si imaginamos un mundo con ausencia total de movimiento y con ausencia total de transformaciones. Imaginemos un mundo totalmente estático y estable ¿qué sería el tiempo? ¿existiría el tiempo en un mundo así?

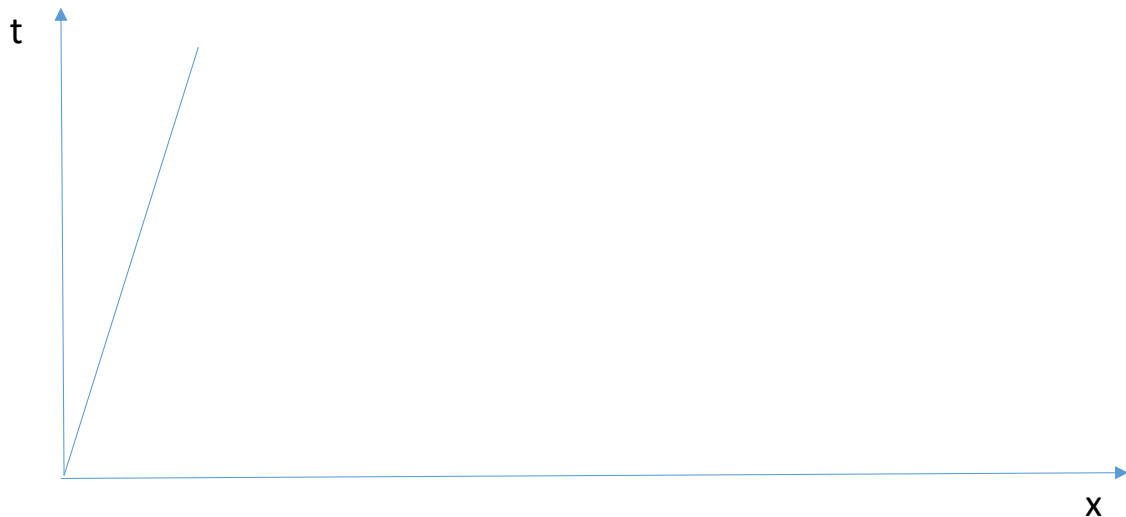
Para Einstein, el tiempo no es algo absoluto. El tiempo es la **percepción** de movimiento y transformación, y las unidades de tiempo serían las “medidas” de dicha transformación. Y el espacio no existe como algo absoluto, para Einstein el espacio es también la “percepción” de medidas. Volveremos más adelante sobre esto.

Einstein imaginó un espacio tetradimensional formado por las tres dimensiones del espacio, y el tiempo. A partir de ese momento trató de imaginar el tiempo como una dimensión más, a todos los efectos.

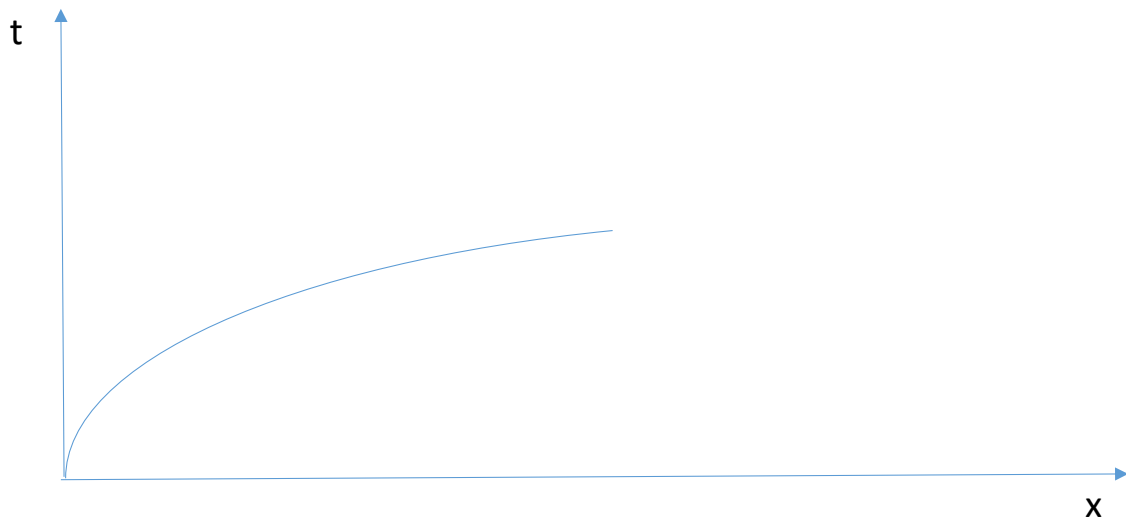
Nosotros muchas veces lo tratamos como una dimensión más ¿qué somos nosotros en realidad? ¿no somos nosotros la misma persona que el bebé que nació hace 48 años? Somos por tanto seres tetradimensionales que existen en tres dimensiones del espacio y en una dimensión temporal. A veces hablamos de “viajar” atrás en el tiempo, de manera que pensamos en el tiempo como una dimensión más.

Si en el apartado anterior hemos sido capaces de imaginar el mundo tetradimensional formado por el espacio y el tiempo, mucho más fácil nos será imaginar un mundo bidimensional (un camino recto) + el tiempo.

Este sería el gráfico de un cuerpo moviéndose en el espacio-tiempo a velocidad uniforme por un camino recto:



Y este sería el caso de un cuerpo que se mueve de manera acelerada:

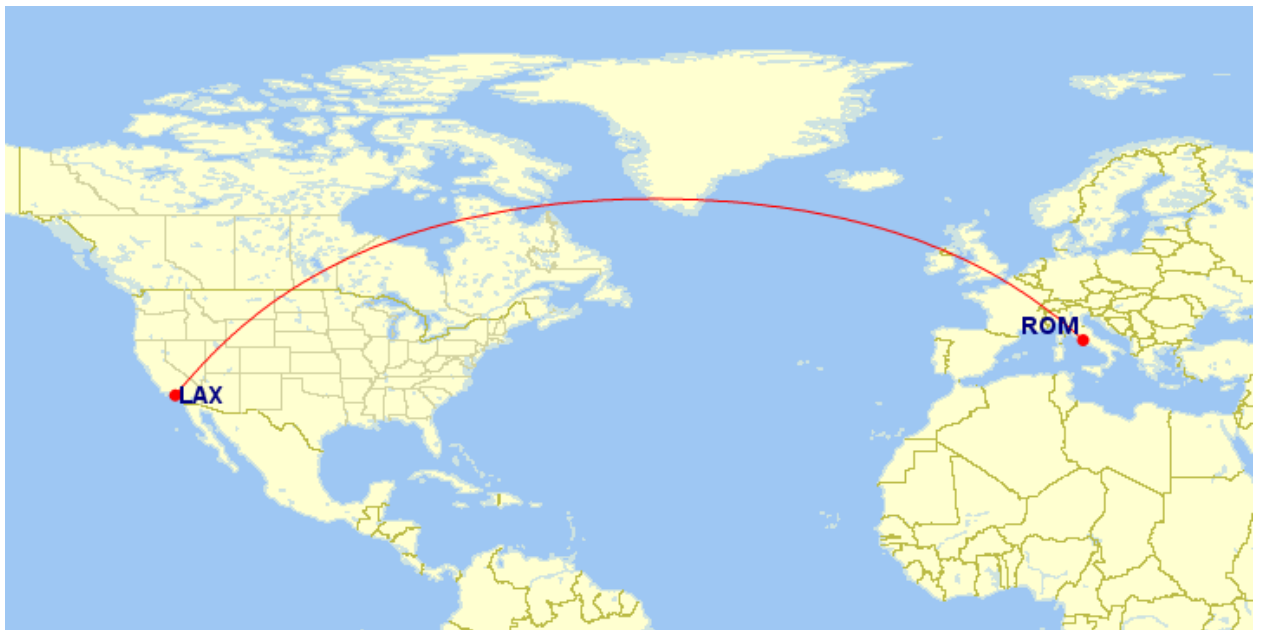


Estamos ya muy cerca de poder entender la relatividad general, pero antes debemos entender qué es una geodésica.

1.3.7. Las geodésicas

Debemos hacer un pequeño esfuerzo adicional para explicar qué es una geodésica. No es más que la línea más corta entre dos puntos. O la línea con curvatura mínima entre dos puntos.

En el primer curso ya vimos que la geodésica del globo, entre Roma y Los Ángeles, pasaba por Groenlandia. Por eso nos sorprendía tanto la trayectoria que hacía el piloto de nuestro avión, cuando la veíamos dibujada en un mapamundi normal plano.



Trayectoria geodésica entre Roma y Los Ángeles

Si el piloto se fiara de su mapa plano, y fuera por una “línea recta” trazada en el mapa, daría en realidad un buen rodeo. Porque ese mapa es un mapa plano que representa, en realidad, una superficie bidimensional curvada. El mapa, al dibujarse plano, está **deformando la realidad**.

En efecto, en la Tierra, vivimos en una superficie combada en una tercera dimensión. Si conducimos sin torcer en ningún momento el volante, acabaríamos en el mismo punto, tras dar la vuelta a la Tierra. Habríamos trazado una geodésica completa. Las geodésicas en la Tierra son las curvas de mínima curvatura, y tienen su centro en el centro de la Tierra.

Si a un cuerpo en movimiento no le aplicas ninguna fuerza, por inercia se moverá siempre por una geodésica, el camino más corto.

1.3.8. Sistemas inerciales y sistemas no inerciales.

Ahora podemos entrar de lleno por fin a hablar de la relatividad general.

Galileo distinguía entre sistemas inerciales y sistemas no inerciales. Los sistemas inerciales eran los que estaban en reposo, o bien los que se movían a velocidad constante (esto lo hemos estudiado todos así en la escuela). Los sistemas no inerciales eran los sometidos a un movimiento acelerado. En los sistemas inerciales todo ocurría “normal”, las leyes físicas se cumplían de igual manera en cualquier sistema inercial.

Galileo lo explicaba en un barco, pero nosotros lo entendemos aún mejor en un tren. En efecto, si vas en un tren a una velocidad de 350 km/h por una vía recta, por muy rápido que vayas, puedes estar perfectamente construyendo una torre con fichas de dominó, o puedes tomarte un café de pie, porque a todos los efectos, la sensación es que “estás parado”, no experimentas fuerzas de ningún tipo. Pero en el momento en que el tren frena, o cambia de dirección, entonces la torre que estás construyendo se viene abajo inmediatamente. Cuando el sistema cambia de velocidad, es decir cuando el sistema está acelerado, comienzan a ocurrir “cosas raras”, deja de ser inercial.

Volvamos ahora al experimento mental del astronauta que flota en el espacio. Como vimos, Einstein se dio cuenta que el astronauta sentía lo mismo cuando caía en el vacío (movimiento acelerado), que cuando flotaba en el espacio en ausencia total de gravedad (parado), y sentía también lo mismo cuando se movía a una enorme velocidad uniforme en ausencia total de gravedad (movimiento rectilíneo y uniforme) ¡Einstein llegó a considerar que **todos estos casos eran equivalentes!**

¿Cómo podía ser equivalente estar parado en el espacio, que avanzar a una velocidad enorme pero constante, que estar “cayendo” a una aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$?

En todos los casos indicados podemos imaginar que el astronauta simplemente “flota”, o que está parado en el espacio. En el caso del astronauta que se mueve en movimiento rectilíneo y uniforme podemos imaginarle parado, y considerar que es todo lo demás lo que se mueve en movimiento rectilíneo y uniforme. Y en el caso del astronauta cayendo hacia la Tierra de manera acelerada por efecto de la gravedad, también podemos imaginarlo parado y flotando, y que es la Tierra la que se acerca de manera acelerada...

El astronauta en ningún momento siente ningún tipo de movimiento ni aceleración, porque **ninguna fuerza se está aplicando sobre él**. Recuerda, como dijimos, **la gravedad no es una fuerza**.

Desde luego, desde el punto de vista de los habitantes de la Tierra, las cosas pasan de una forma muy distinta. Ellos son los que consideran que están parados y el astronauta “cae” hacia ellos.

Pero ¿están los habitantes de la Tierra sometidos a alguna fuerza?

Si

¿Qué fuerza es esa? si la gravedad no es una fuerza...

¡La culpa es del suelo que pisan! ¡Podemos considerar que el suelo les está levantando aceleradamente hacia arriba con una aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$! Están sometidos a la **fuerza** que ejerce el suelo contra ellos (y esto SÍ es una fuerza). Una persona que tiene fascitis en los pies nota constantemente esa fuerza y es muy dolorosa, es muy real.

Así que, lo cierto es que el astronauta está flotando sin estar sometido a fuerzas de ningún tipo, y somos los habitantes de la Tierra los que estamos sometidos a fuerzas “extrañas”.

Galileo habría dicho que un científico parado en el jardín de su casa está en un sistema inercial, porque está parado. Pero Einstein no lo considera así en absoluto. El científico está subido a una máquina loca que asciende con una aceleración de $9,8 \text{ m/s}^2$ (esa máquina que asciende es el suelo), y está sufriendo el efecto permanente de una fuerza ejercida sobre sus pies. El sistema del científico que está en el jardín está sometido permanentemente a una fuerza ascendente ejercida por el suelo. Por este motivo, en el mundo de los terrícolas pasan cosas tan raras como que, al soltar el mechero, éste “¡tiende a ir hacia el suelo como si estuviera endemoniado!”. Si pasan esas cosas tan raras es porque **estamos sometidos a la fuerza que nos imprime el suelo permanentemente**. Si no estuviéramos sometidos a esa fuerza que nos ejerce el suelo, por mucha gravedad que hubiera, si soltáramos el mechero éste se quedaría donde lo dejamos, no se escaparía hacia abajo como si estuviera endemoniado. Es asombroso que los terrícolas sean capaces de vivir a diario en un **ambiente así**. Los terrícolas nos hemos acostumbrado a vivir en un sistema que **no es inercial**, y estamos tan acostumbrados que consideramos normal que el mechero se caiga, y no que flote.

Para el astronauta que flota o que cae en el vacío hacia la Tierra, todo sucede normal, porque vive sin estar sometido a fuerza alguna. Recuerda, la gravedad no es una fuerza. Para el astronauta los mecheros no se comportan como si estuvieran endemoniados, sino que al soltarlos, le acompañan dócilmente. En su entorno cercano todo es “normal”, si bien le preocupa que la Tierra se agranda y se acerca de manera amenazante...

Pongamos ahora el caso de los astronautas que viven en la Estación Espacial Internacional. La estación se mueve en una órbita tan baja que solo tarda 90 minutos en dar la vuelta alrededor de la Tierra. Por supuesto, ellos también pueden considerar que están quietos, puesto que no notan ningún tipo de aceleración. Ellos flotan por dentro de la estación.

Los otros satélites que están en su misma órbita están siempre a la misma distancia de ellos, con independencia de su masa. Para ellos, también esos otros satélites están “quietos”, flotando.

Despreciemos por el momento el giro diurno que hace la Tierra sobre sí misma en 24 h, que es muy lento y en este caso lo podemos despreciar. Los astronautas de la estación espacial ven que la Tierra está girando y que tarda solo 90 minutos en completar una vuelta completa sobre sí misma. Pero no solo la Tierra parece girar sobre sí misma de manera rapidísima, sino que todo el universo parece girar, incluidas las estrellas del fondo estelar, parecen girar alrededor de ellos.

El físico que se encuentra dentro de la estación espacial comienza a hacer sus cálculos y algo no le cuadra. Si la Tierra girara sobre sí misma en solo 90 minutos, las fuerzas de Coriolis (las fuerzas de inercia que hacen que se produzcan los vientos alisios, y las que hacen que las borrascas giren sobre sí mismas) serían enormes, porque la Tierra está girando muy rápido. Debería haber unos huracanes inmensos allí abajo en La Tierra, pero nada de eso sucede. Pero, de pronto, recuerda lo que estudió sobre Mach. Como las estrellas fijas están girando sobre sí mismas, y la Tierra está girando sobre sí misma a esa misma velocidad rotacional, no deberían existir fuerzas de inercia sobre la Tierra. Recuerda que las fuerzas de inercia solo se daban si existía un movimiento relativo respecto a las estrellas fijas. Con razonamientos de este tipo podría ir convenciéndose de que, en efecto, él está parado, y todas las leyes físicas que él ha estudiado se cumplen desde su punto de vista. Su sistema es inercial, al menos en sus cercanías...

1.3.9. El juicio de la iglesia a Galileo

Ya vimos en el anterior curso como en 1633 la iglesia católica llevó a juicio a Galileo ante la inquisición. Se le instaba a reconocer que, en realidad, no podía demostrar que la Tierra se movía, y que, por tanto, debía admitir que era tan válido decir que la Tierra se mueve, como que está quieta.

Finalmente, Galileo fue obligado a retractarse ante la inquisición, y la leyenda dice que, entre dientes dijo “y sin embargo se mueve”.

Pero como vimos en el curso pasado, es cierto que Galileo, en realidad, no pudo demostrar que la Tierra se movía. Él ofrecía argumentos que indicaban que era más lógico pensar que la Tierra gira alrededor del sol, pero no pudo realizar ni un solo experimento que lo demostrara.

En ese mismo curso de “Astronomía para ingenieros inquietos II” vimos que Foucault sí logró demostrar que la Tierra se movía con su famoso experimento del péndulo. Pero ¡ojo!, el experimento de Foucault trataba de demostrar que la Tierra gira sobre sí misma, no demostraba que la Tierra gira alrededor del sol.

Pero si ahora consideramos ese experimento detenidamente, y tenemos en cuenta el Principio de Mach, el experimento de Foucault ¡ni siquiera demuestra que la Tierra gire sobre sí misma! ¹⁴

¿¡Cómo!?

Como vimos en el experimento mental de Mach para el caso del cubo de agua, podemos ahora considerar que la Tierra no gira sobre sí misma, sino que son las estrellas lejanas y el resto del universo las que giran alrededor del centro de la Tierra. En ese caso, siempre según Mach, se producirían los mismos fenómenos de inercia que si consideramos la Tierra girando y el universo quieto. Por tanto, si consideramos que la Tierra está quieta, pero es el resto del universo el que gira, también aparecerían esos efectos de inercia, la “fuerza” de Coriolis, el experimento del péndulo, el giro de las borrascas, etc. Es decir, si damos validez a Mach, el péndulo de Foucault no es una prueba de que la Tierra gira sobre sí misma, es solo una prueba de que existe un giro relativo respecto a las estrellas fijas, pero no está claro cuál de los dos son los que se mueven ¿la Tierra? ¿las estrellas fijas?

¿Podemos dar validez a Mach? Mach es el origen intuitivo de la relatividad de Einstein. Esas reflexiones de Mach nos han llevado, vía Einstein, a que sepamos construir sistemas de GPS y que éstos no tengan fallos de posicionamiento enormes, como luego veremos.

¹⁴ Como veremos más adelante los efectos de marea pueden demostrar que algo que flota en el espacio, está sometido a los efectos de la gravedad, pero eso en cualquier caso no demostraría que se mueve, solo demostraría que la gravedad le afecta.

Estamos ya muy cerca de poder entender la atrevida propuesta de Einstein de la deformación del espacio-tiempo. Antes de entrar en esa importantísima materia, terminemos de aclarar el concepto de gravedad.

1.3.10. Como podemos generar gravedad en una nave espacial

Si imaginamos que vivimos dentro de un donuts hueco, grande, que gira alrededor de sí mismo, podemos entender que la aceleración centrífuga nos “impulsará” contra el “suelo” de ese extraño hábitat.



Si el “donuts” hueco fuera de 100 m de radio, y girara a una velocidad de 3 vueltas por minuto (0,314 rad/s), provocaría una aceleración centrífuga de 9,8 m/s², justo la aceleración de la gravedad terrestre. Estaríamos generando unas condiciones de gravedad muy similares a las de la Tierra.

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = 0,314^2 \times 100 = 9,8 \frac{m}{s^2}$$

En este caso, cuando estamos de pie “en el suelo” del donuts hueco, estamos claramente sometidos a la fuerza que ejerce el suelo sobre nuestros pies.

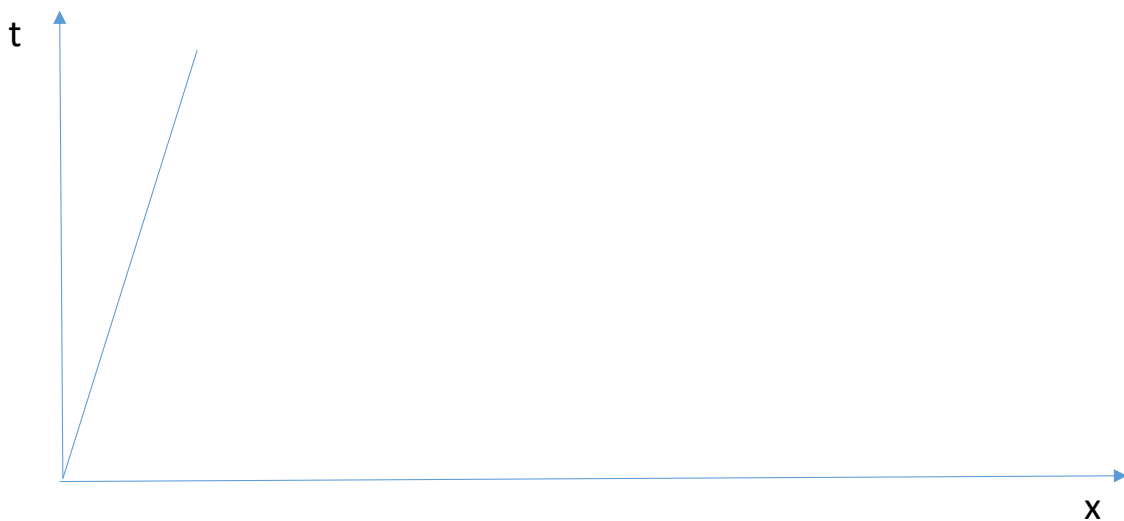
Como en el caso del jardín impulsado por los ratones hacia arriba, en este caso no existe fuerza de gravedad, solo existe aceleración normal provocada por el suelo.

Podríamos producir así la sensación de “gravedad” en el espacio. Por eso veréis en muchas películas esas naves con un donuts gigante de unos 200 metros de diámetro girando a una velocidad de rotación de 3 vueltas por minuto.

1.3.11. La deformación del espacio-tiempo por efecto de la gravedad

Vayamos de una vez por todas a coger el toro por los cuernos. Intentemos comprender qué quiere decir eso de la deformación del espacio-tiempo, y cómo es posible que eso explique el movimiento de los planetas alrededor del sol, o el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra.

Einstein estudió cómo se comportan los cuerpos en el sistema tetradimensional del espacio-tiempo. Hemos visto que en el caso de un cuerpo móvil que se mueve por inercia a una velocidad uniforme y rectilínea está trazando una línea recta en el espacio-tiempo de la siguiente manera:



Vimos que cuando un barco navega por el océano, si no modifica su dirección, y si ninguna fuerza le desvía, va trazando una línea geodésica en la superficie de la Tierra.

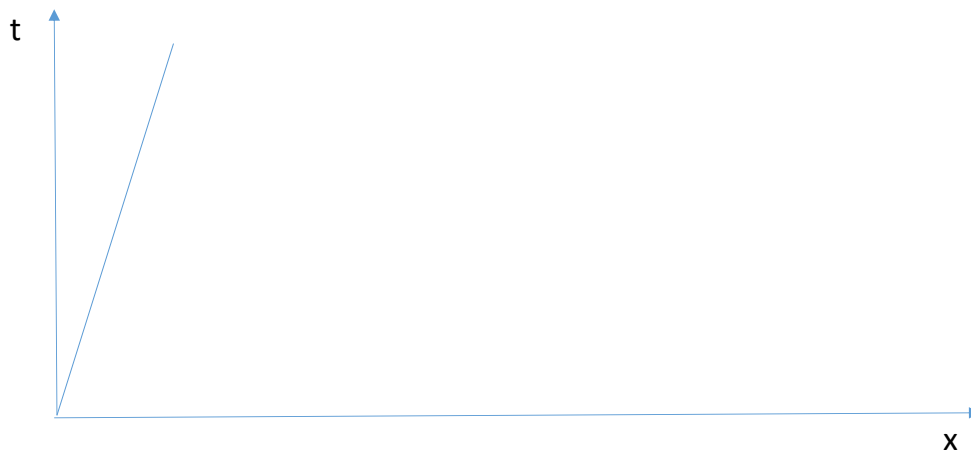
Einstein se dio cuenta de que, un cuerpo que no está sometido a ninguna fuerza, si no está propulsado por ningún motor ni ingenio, **“traza” una geodésica en el espacio-tiempo**. Este tipo de cuerpos trazan la línea más simple, **flotan por inercia** en el espacio-tiempo.

La línea recta que hemos trazado antes es una geodésica en el espacio-tiempo. En un espacio-tiempo no deformado, la geodésica es una línea recta.

¿Qué es la gravedad para Einstein? Es una deformación del mundo tetradimensional espacio-tiempo ¿Y eso qué demonios significa? ¿el astronauta se acerca aceleradamente hacia la Tierra porque el espacio-tiempo está deformado? Sí.

Cuando el astronauta está flotando parado, o se mueve flotando en movimiento rectilíneo, o incluso cuando el astronauta está en caída libre acelerada, en todos los casos el astronauta se mueve “flotando” **trazando una geodésica en el espacio-tiempo**. En todos los casos el astronauta podría asegurar que está parado porque no siente ningún tipo de aceleración ni gravedad. Simplemente, flota, “se deja llevar”.

Por supuesto, si el astronauta lanza su mechero, este se aleja de él a una velocidad constante, trazando una geodésica en su espacio-tiempo. Para él, la curva que traza su mechero es esta:



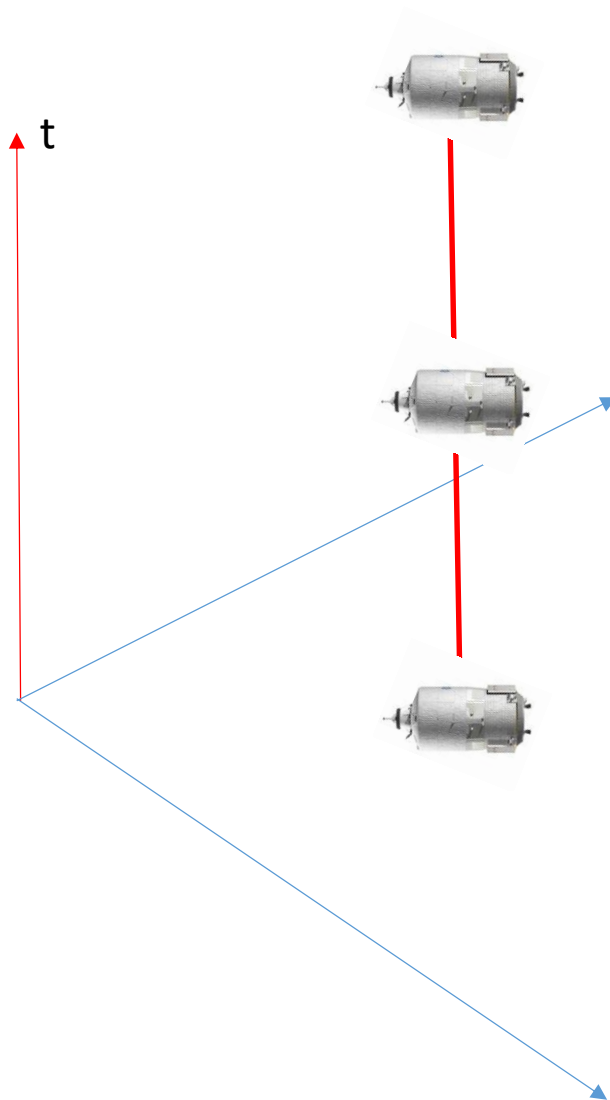
Es decir, en su entorno inmediato, el espacio-tiempo no está deformado de manera perceptible. El astronauta está firmemente convencido de que está parado flotando, pero hay muchas cosas que no acaban de encajarle.

Lo primero que ha pensado es que la Tierra se acerca hacia él de manera acelerada. Pero si de verdad fuera la Tierra la que se acerca hacia él no se podrían explicar otras cosas que él ve que suceden, porque en todas las partes de la superficie de la Tierra las cosas parecen “caer” hacia ella, y eso no se puede explicar por un movimiento acelerado de la Tierra dirigido hacia él (tendría que estar moviéndose la Tierra en todas las direcciones a la vez, o ¡expandiéndose!).

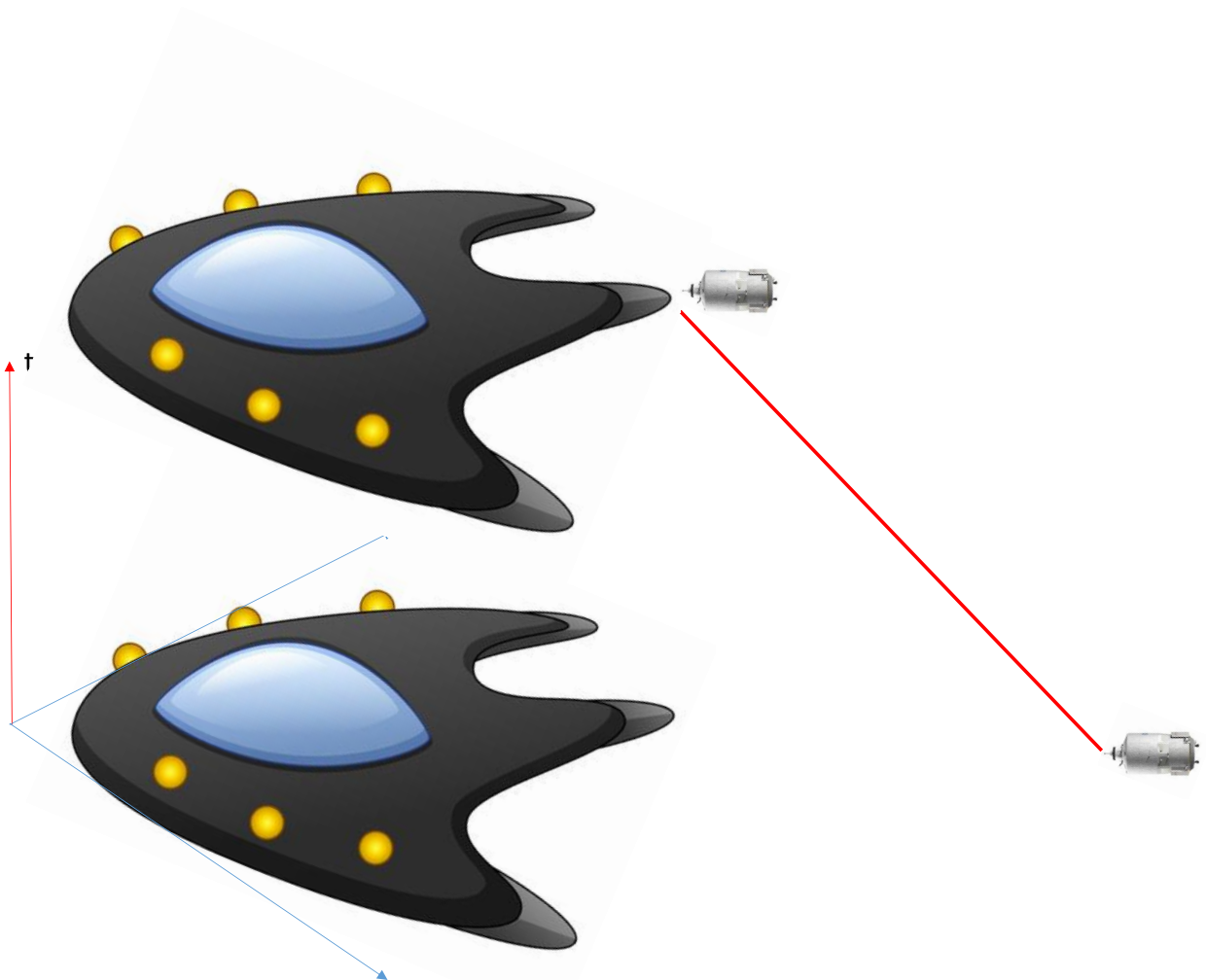
Se da cuenta entonces de que no ha estudiado física avanzada, que le permitiría entender lo que sucede. Necesita estudiar la relatividad general.

Einstein lo primero que le va a decir es que puede estar tranquilo, que **no está cometiendo ningún error al considerarse parado**. Pero debe considerar que la inmensa masa de la Tierra está **deformando** el espacio-tiempo. Veamos qué demonios puede querer decir eso.

Un cuerpo **parado** en el espacio describe una línea recta en un espacio tetradimensional. Si prescindimos de la dimensión “altura”, esta sería la línea recta que describe (el eje rojo representa el tiempo):



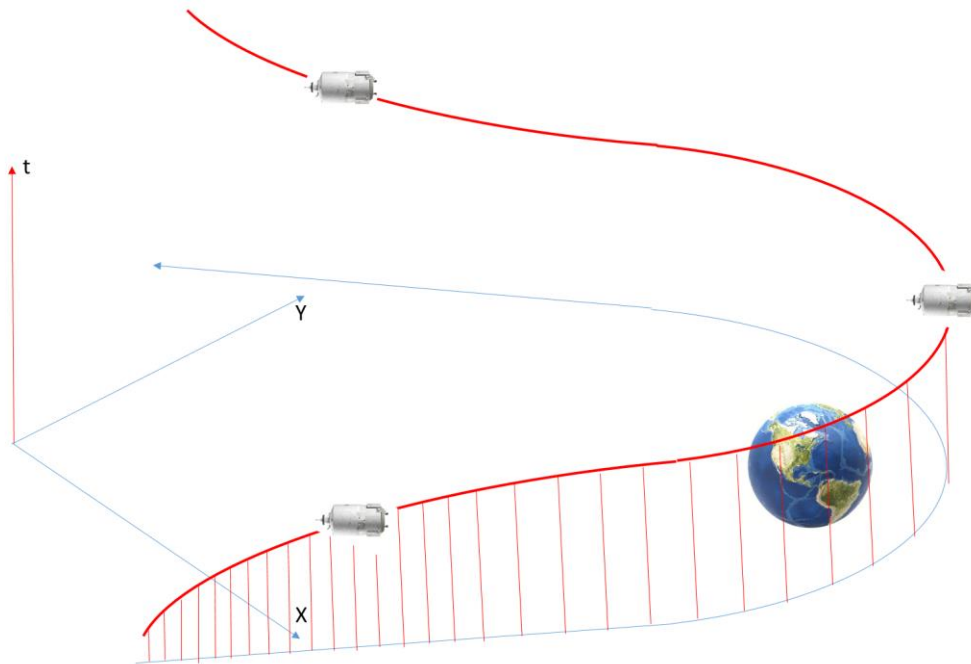
Un cuerpo que se mueve respecto a otro, por ejemplo, un habitáculo moviéndose respecto a su nave nodriza, a una velocidad uniforme, describirá (para los de la nave nodriza que se consideran parados), algo así:



Tanto la recta vertical del primer dibujo, como la recta oblicua del segundo, son líneas geodésicas en el espacio-tiempo. Son las líneas más sencillas que se pueden trazar. Cualquier cuerpo que se deja llevar **por inercia**, (es lo mismo que decir que flota en el espacio) está trazando en el espacio-tiempo la línea más simple posible, una geodésica. En un espacio-tiempo sin deformar esas geodésicas son rectas.

Veamos qué ocurre en el entorno de cuerpo masivo como el de La Tierra:

Consideremos un habitáculo espacial que se acerca a la Tierra en órbita hiperbólica (como los cometas hacia el sol) con los motores totalmente apagados. Veremos que se va acelerando según se acerca debido a la gravedad terrestre, pero gira y pasa de largo, frenándose en su camino de vuelta (debido a la gravedad). Al final, describiría una línea en el espacio-tiempo como la de la siguiente gráfica (en el eje vertical representamos **el tiempo**):



Si nosotros desde la Tierra, estuviéramos en contacto por radio con los habitantes de ese “habitáculo” les diríamos.

- *Ojo! Os dirigís hacia aquí y ¡Estáis acelerando!*
- *¡Ahora estáis girando a toda velocidad alrededor nuestra!*
- *Ahora os alejáis, pero frenando*

Los viajeros del habitáculo se reirían bastante de nosotros, porque ellos no notan ninguna de esas aceleraciones, no notan las curvas, y tampoco notan los frenazos. Ellos flotan todo el rato, van “easy”.

Desde el punto de vista del centro de la Tierra, la trayectoria que realiza el habitáculo es claramente curva y acelerada y, sin embargo, tiene que ser una geodésica en el espacio-tiempo puesto que ninguna fuerza actúa sobre el centro de la Tierra, y tampoco sobre el habitáculo (la gravedad no es una fuerza).

La trayectoria que está describiendo el habitáculo ahora es una curva complicada (curva en el espacio porque gira, y curva en el tiempo porque se acelera y se frena).

Sin embargo, es la curva más simple posible en ese espacio deformado, **es una geodésica en ese espacio-tiempo deformado**. La geodésica no es una recta porque en este caso, el espacio-tiempo está deformado por la gravedad terrestre.

Es equivalente a una lancha que navega por el océano pacífico sin jamás girar el volante, estaría describiendo una curva geodésica. **No traza una línea recta** porque su mundo no es plano, su mundo está deformado en forma de esfera. Por eso su geodésica no es recta sino curva.

En resumen, lo más importante es entender que si un cuerpo, o alguien, está dejándose caer en el vacío bajo los efectos de la gravedad, o se mueve en una órbita alrededor de un cuerpo masivo, para él será, a todos los efectos, idéntico **e indistinguible** de estar en reposo, y considerará, con razón, que es todo lo demás lo que se mueve. Pero un observador que le mira desde otro sistema inercial verá que, en realidad, está trazando una geodésica en un espacio-tiempo deformado.

En el entorno inmediato del astronauta él no nota esa deformación del espacio-tiempo. Todo flota alrededor suyo, todo es “normal”. Pero sí nota que las cosas que ocurren a cierta distancia de él son bastante extrañas. Esto es porque en su entorno inmediato podemos considerar que el espacio-tiempo es plano. De igual manera, podemos considerar en la Tierra que la lancha navegando por el Pacífico está trazando una línea recta, siempre que la lancha no avance mucho espacio, porque la superficie de la Tierra se puede considerar prácticamente plana siempre que no avancemos mucho por ella.

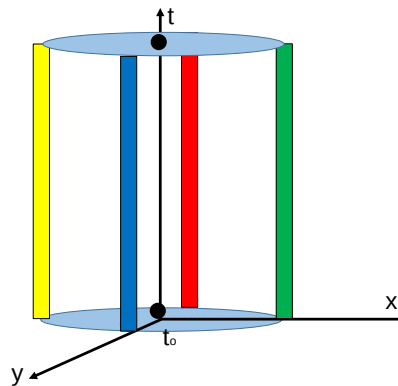
En el entorno inmediato al astronauta, podemos considerar que el espacio-tiempo es un espacio “no deformado”. Pero según nos vamos alejando, comenzamos a notar los síntomas del espacio deformado.

1.3.12. Análisis de las geodésicas en la deformación del espacio-tiempo

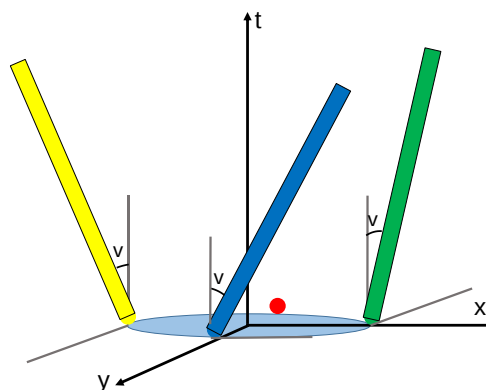
Para entender mejor la estructura de un espacio-tiempo deformado profundizaremos en las formas que tienen sus geodésicas.

Imaginemos cuatro pelotas de billar totalmente quitas, en un espacio sin gravedad. Imaginemos que estas cuatro pelotas están equidistantes de una quinta pelota negra que está en su centro. Podemos representar las trazas que dejan en el espacio-tiempo de esta manera.

Geodésicas trazadas en un espacio sin deformar. Pelotas en reposo

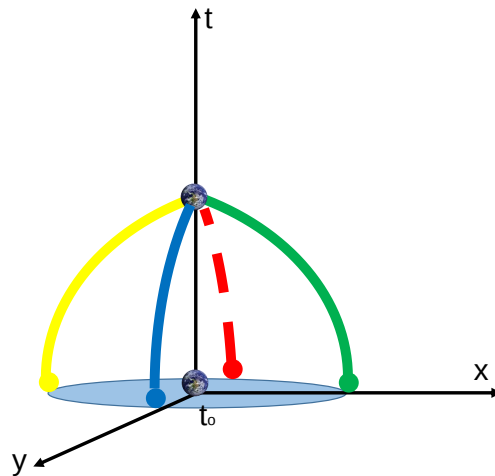


Ahora en lugar de pensar en pelotas quietas, podemos pensar que están en movimiento, de manera que se les ha dado un fuerte golpe en la dirección tangente a la circunferencia que “trazan” alrededor de la pelota negra. Si consideramos un espacio-tiempo no deformado, estas serían las geodésicas que trazarían:

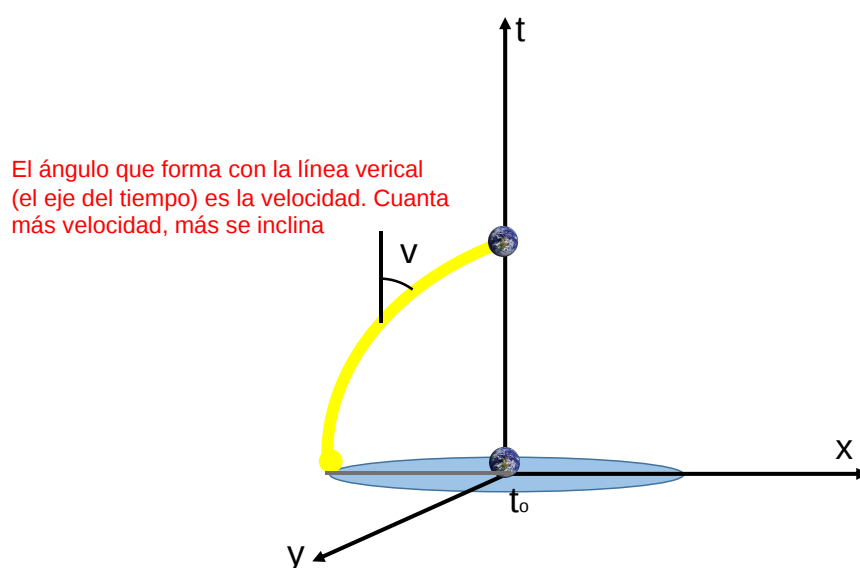


La velocidad de la pelota viene representada por el ángulo que forma su trayectoria respecto a la vertical (el eje del tiempo). Cuanto más tendida es la trayectoria más rápido va (más espacio recorre en menos tiempo). Cuanto más vertical va en el espacio-tiempo, más lenta es. Pero no imaginemos que la pelota “recorre” esa trayectoria en el espacio-tiempo. La pelota “está” en todo ese recorrido del espacio-tiempo. Su ser es un “cilindro” en el espacio-tiempo. La pelota amarilla está en todo el cilindro amarillo del espacio-tiempo, esa es su realidad más acertada. Cuando la vemos o la imaginamos esférica y en un lugar concreto, en un instante concreto, es solo una sección temporal de su realidad espacio-temporal.

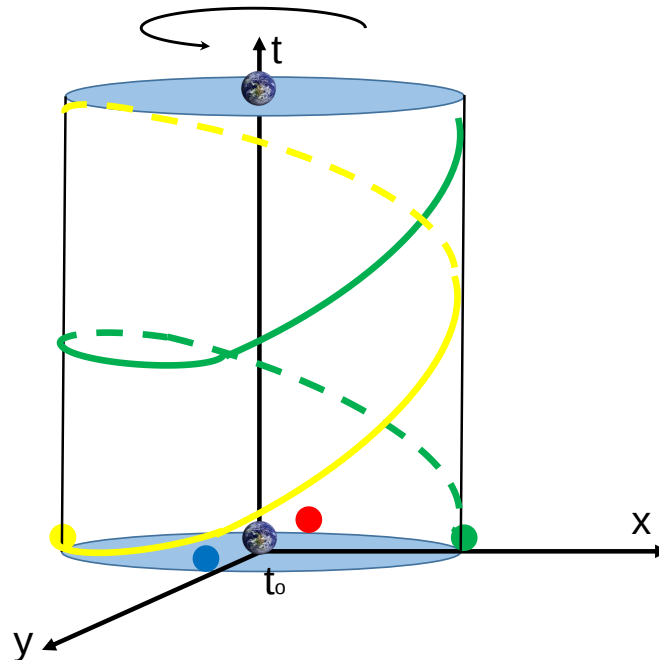
Consideremos ahora que la pelota negra es el planeta Tierra, y consideramos la deformación del espacio-tiempo que este planeta genera. Veremos que entonces las geodésicas ya no serán rectas. Las líneas geodésicas que, “por inercia”, trazarían esas pelotas, si las dejamos inicialmente quietas, sería algo así:



En el espacio-tiempo las pelotas no se “mueven”. Simplemente EXISTEN a lo largo de toda la geodésica. Pero nosotros, en nuestro mundo, percibimos el movimiento. Y ese movimiento es tanto más rápido cuanto más se inclina la curva geodésica en dirección horizontal en el dibujo.



Consideremos ahora que las pelotas tienen una velocidad inicial transversal, ¿Qué geodésicas trazarían en ese espacio-tiempo deformado?:

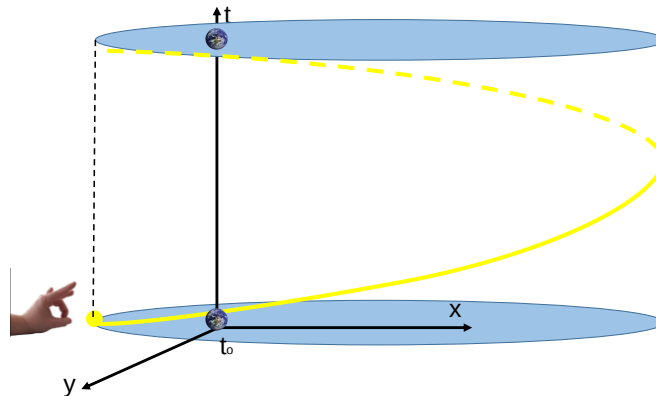


Estas geodésicas las percibimos en *nuestro mundo* como pelotas que dan vueltas en órbitas circulares alrededor de un centro a lo largo del tiempo. Pero en el espacio-tiempo, que es verdaderamente el mundo real, lo que son es cuerpos helicoidales espaciotemporales.

Bien, pero entonces... ¿cuál es la deformación del espacio-tiempo que realmente forma la Tierra? ¿una deformación en forma de “falda” como en el primer caso? ¿o una deformación helicoidal como en el segundo?

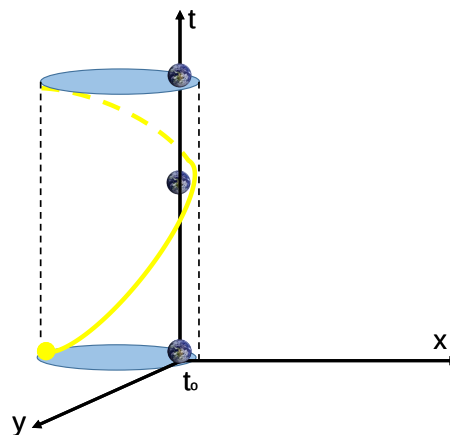
En realidad, el espacio-tiempo está deformado de ambas maneras a la vez. Dependiendo de cómo sea el “vector” de la velocidad inicial, es decir, en función de la dirección de la velocidad de inicio, y en función del ángulo con el eje t de inicio (velocidad inicial), la geodésica que traza la pelota es totalmente distinta.

Si el ángulo inicial con el eje t es muy grande (alta velocidad inicial), entonces la geodésica que trazaría sería algo así:



Es como si le hubiéramos dado un toque inicial muy fuerte, y nosotros lo veríamos como una elipse.

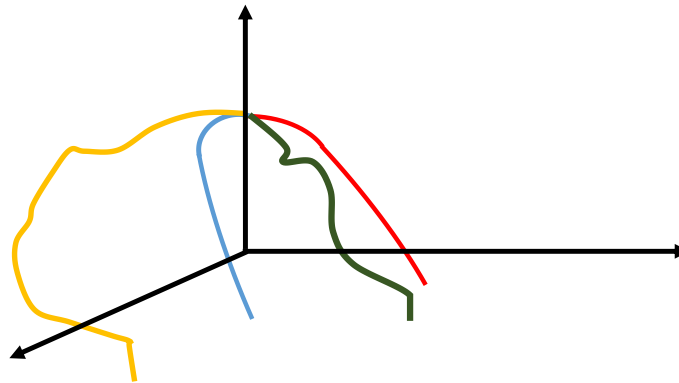
Si la velocidad inicial es muy lenta, haría algo así (también una elipse):



Todas esas geodésicas se dan a la vez en el mismo espacio-tiempo deformado. La pelota trazará una de estas geodésicas eternamente ¿Cuál de ellas trazará? depende de la dirección y velocidad de inicio.

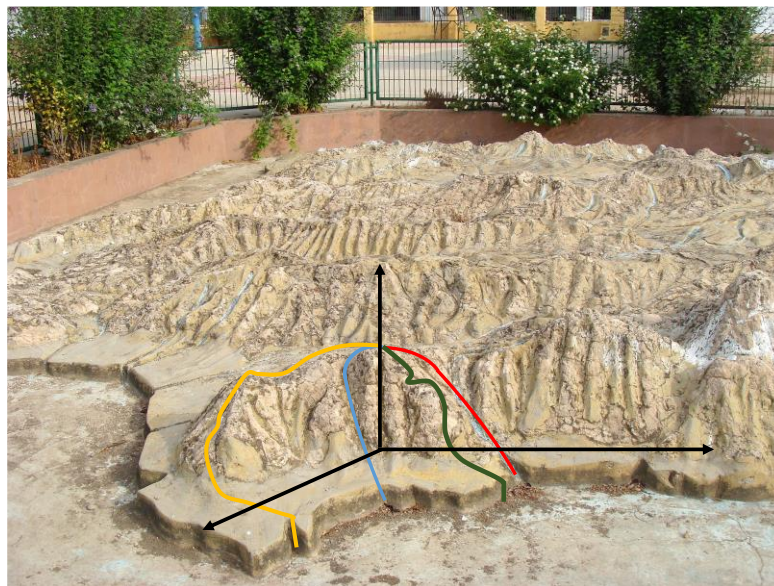
No somos capaces de imaginarnos el espacio deformado, pero sí somos capaces de “visualizar” las geodésicas, y eso ya es mucho.

Por ejemplo, ¿cuál sería el relieve si conocemos las “líneas de máxima pendiente” de una montaña?



Estas cuatro líneas que hemos dibujado serían las trayectorias que realizaría una canica rodando por un relieve deformado. Vemos que, dependiendo de el “toque” inicial que le demos a la canica, bajará por el camino amarillo, el azul, el verde o el rojo.

Viendo esas líneas podemos “imaginar” como es el relieve deformado al que corresponden:



Entendemos que esas líneas pertenecen a una superficie que está deformado, formando un determinado relieve. Ahora que vemos el relieve entendemos bien que, dependiendo de la trayectoria inicial que le demos a la canica, va a trazar curvas muy diferentes.

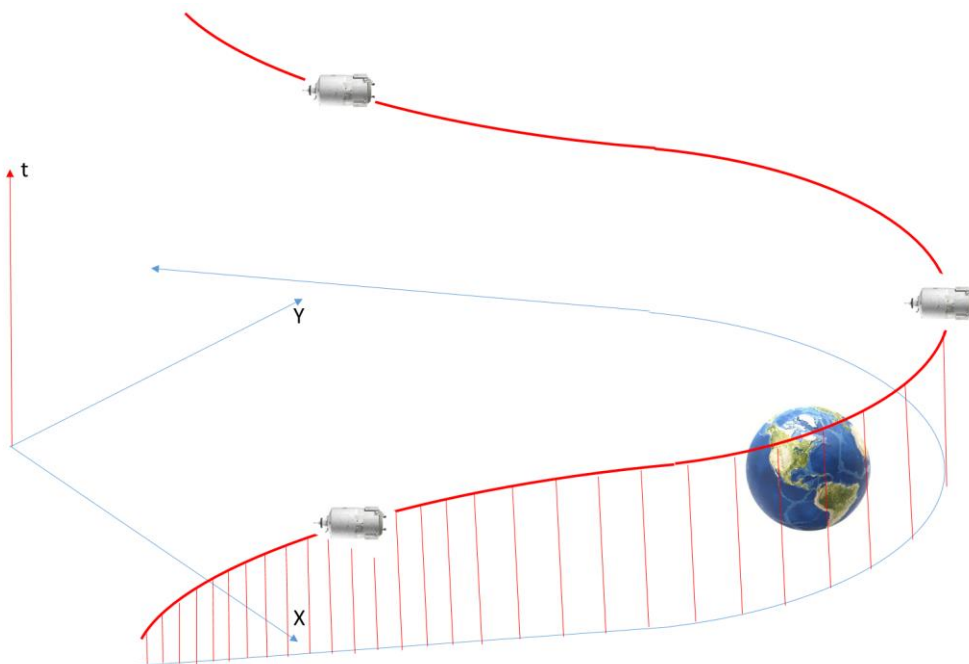
Exactamente igual ocurre en el espacio-tiempo. Pero la diferencia entre ambos ejemplos es enorme. Porque en el caso de la canica que cae por ese relieve, notaría continuamente baches, cambios de dirección, aceleraciones, frenazos bruscos, caídas repentinas, etc.

Mientras que la pelota que se mueve por la geodésica del espacio-tiempo no nota absolutamente nada. Es más, ella podría jurar y asegurar que está parada, o “flotando” por inercia.

Si volvemos al espacio-tiempo deformado, cabe preguntarse cómo podemos hacer para que una pelota cambie de geodésica. Esto solo es posible con energía exterior (un motor, un golpe, etc.). Si no se produce ninguna influencia energética la pelota trazará su geodésica eternamente. Cuando un cuerpo consigue un empuje por medio de un motor, por ejemplo, o con algún tipo de explosión, logra desviarse de la geodésica que estaba trazando, y comienza a trazar otra geodésica distinta y se mantendrá en esa nueva geodésica eternamente si no hay ningún otro “empujón” o ninguna otra “explosión”.

Cuando jugamos al voleibol en la playa estamos jugando con muy distintas geodésicas en el espacio tiempo. Un jugador saca, y le imprime una velocidad inicial determinada a la pelota. A partir de ese momento la pelota traza la geodésica que le corresponde, y si alguien viviera dentro de la pelota percibiría que está flotando y ¡podría asegurar que no se está moviendo! Pero enseguida otro jugador le da otro golpe, y la pelota cambia bruscamente de geodésica para trazar otra distinta, y de nuevo la pelota “flota” en el espacio y alguien dentro de la pelota podría considerar que está parado, flotando de nuevo.

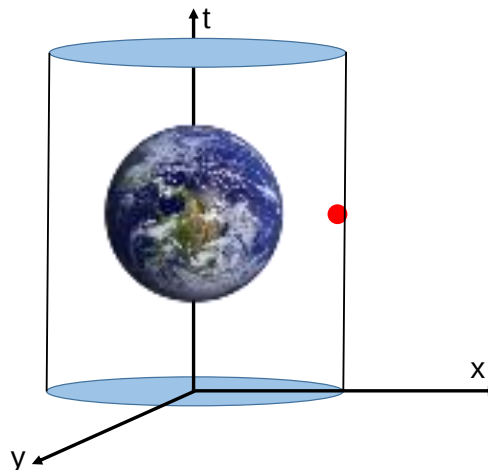
Ahora ya podemos entender mejor la geodésica que trazaba el habitáculo cuando se acerca a la Tierra y luego sale despedido.



Esta geodésica que traza es la que corresponde al vector velocidad que llevaba en el instante inicial. Si el vector velocidad hubiera sido otro distinto, podría haber trazado, por ejemplo, una geodésica en el espacio-tiempo con forma de curva helicoidal eterna (equivale a una órbita elíptica o circular), o podría haberse estrellado contra la Tierra.

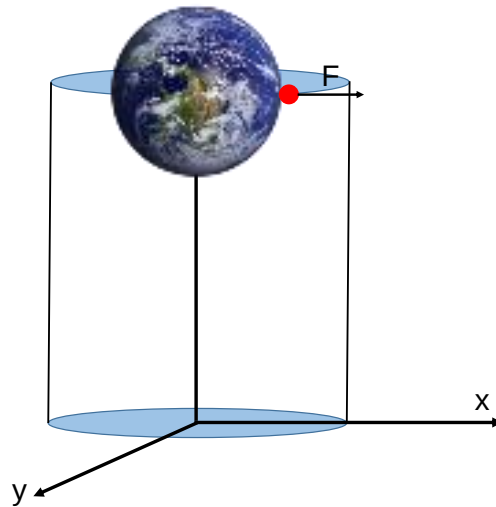
Las diferentes curvas geodésicas que traza son consecuencia de la deformación del espacio-tiempo. La fuerza de gravedad no existe.

Veamos ahora cómo se vería un dron, que mantiene su posición a una altura constante por encima del suelo. El punto rojo de la figura es el dron. A lo largo del tiempo iría ascendiendo por el eje vertical paralelo al eje del tiempo (puesto que lo consideramos en reposo), igual que la Tierra.

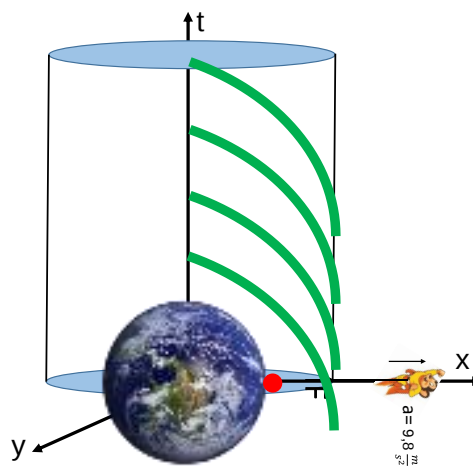


Gracias a sus motores, el dron logra trazar una línea en el espacio tiempo que es paralela al eje del tiempo, pero al hacerlo está atravesando todo el rato líneas geodésicas, y puede permitirse el lujo de ignorarlas gracias a sus motores. Para atravesar geodésicas necesita realizar una fuerza continuamente. Esa es la fuerza que le imprimen sus aspas.

Si ahora imaginamos una pelota apoyada en la superficie terrestre, el análisis es idéntico. La fuerza que el suelo hace sobre la pelota es la que está provocando que la pelota vaya atravesando geodésicas continuamente. Si quitáramos el suelo, la pelota iniciaría una geodésica que le llevaría hacia el centro de la Tierra de manera acelerada. Pero la fuerza del suelo está haciendo que trace una trayectoria que no es natural.



Esta fuerza y su aceleración correspondiente es la que en videos anteriores representábamos con los súper ratones.



El súper ratón (la fuerza que hace el suelo) es lo que nos permite que la pelota roja (que está apoyada en el suelo) recorra una trayectoria vertical paralela al eje del tiempo y vaya atravesando todas esas curvas geodésicas verdes.

Recordad que, cuando vamos navegando por una lancha por el océano, por ejemplo, y suponemos que nos dejamos llevar por la inercia inicial, y si ignoramos el rozamiento que producirían el agua y el aire, estaríamos recorriendo una geodésica.

Si de repente giramos el volante, en ese momento se está imprimiendo una fuerza sobre el barco en su timón. Y en ese momento comenzamos a atravesar geodésicas, ignorándolas, hasta que volvemos a poner el timón a la vía y finaliza la fuerza. Ahora que vamos “rectos” de nuevo, volvemos a estar trazando por inercia una nueva geodésica. Hace falta una fuerza y unas aceleraciones para poder torcer y atravesar geodésicas.



Cuando estamos sentados en el jardín, estamos permanentemente atravesando geodésicas, porque estamos sometidos a la fuerza que el suelo ejerce sobre nosotros. El astronauta que flota en la estación espacial internacional traza una geodésica, no las atraviesa.

Ahora que hemos comprendido en qué consiste la deformación del espacio y el tiempo, podemos afrontar el gran reto de la paradoja de los gemelos. Recordad que la teoría de la relatividad general nace precisamente por los esfuerzos que realizó Einstein para lograr responder a ese desafío.

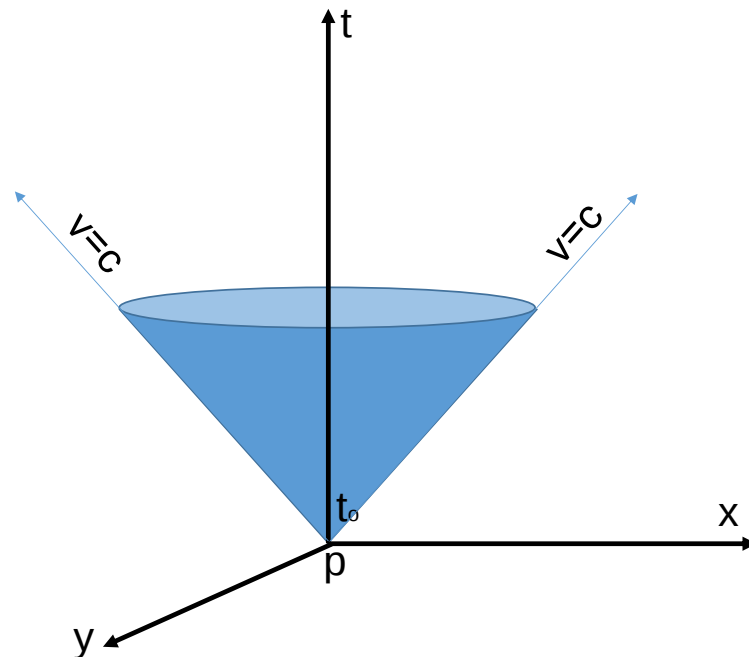
1.3.13. El cono de luz

Como hemos dicho, vamos ahora a ir acercándonos a la solución de la paradoja de los gemelos, que la tenemos pendiente. Pero antes debemos entender algunos conceptos que os resultarán interesantes y que son imprescindibles para resolver la paradoja.

En muchos libros de astrofísica habréis visto el dibujo de los famosos conos de luz ¿Qué representan?

Podemos imaginar que es un estallido de luz que se produce en el punto P, en un momento determinado t_0 . La luz de dicha explosión se propagará en todas las direcciones, formando una esfera que se propaga a 300.000 km/s.

Si prescindimos de una de las dimensiones espaciales (nos quedamos solo con el plan x-y), e incorporamos la dimensión del tiempo, cuyo eje lo ponemos vertical, lo que obtenemos es una circunferencia que se va haciendo cada vez más grande mientras transcurre el tiempo. Esto es precisamente el cono de luz.

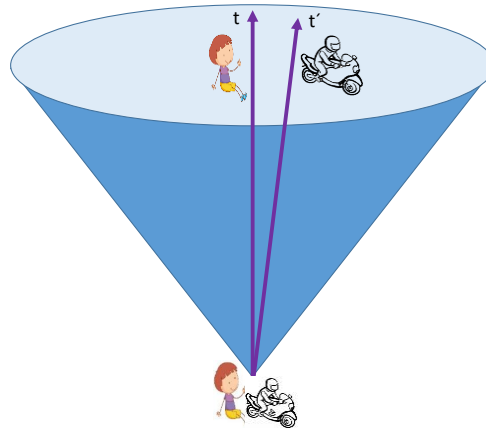


Dado que nada puede viajar más rápido que la luz, el suceso que ha ocurrido en p, en el tiempo t_0 no puede afectar a ningún punto del espacio-tiempo que se encuentre fuera del cono.

El cono es lo que denominamos “horizonte de sucesos”. Pero el tiempo t (el eje vertical del dibujo) es solo el transcurrir del tiempo que experimenta el observador situado en P, que está en reposo.

Si imaginamos un viajero partiendo de P a una velocidad lenta (en comparación con la velocidad de la luz), por ejemplo, un motorista que se desplaza a velocidad constante, el niño que está en P observa que el tiempo t' del reloj del motorista va más lento que el suyo (aunque la diferencia es por supuesto imperceptible)¹⁵.

¹⁵ Este análisis es desde el punto de vista del niño, que está “en reposo”. Si consideramos que es el motorista el que está en reposo (perfectamente válido), entonces sería el tiempo del niño el que parece transcurrir más despacio para el motorista.

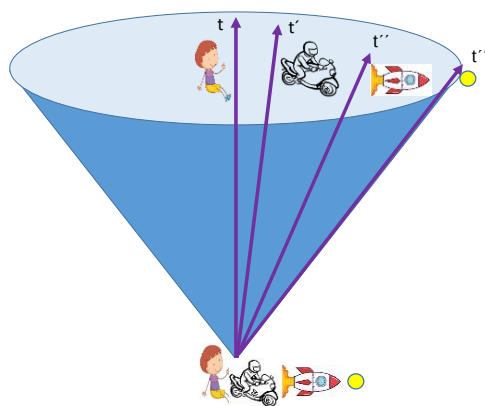


En adelante, para el análisis que vamos a hacer, nos quedaremos siempre con las observaciones del niño, que es el que vamos a considerar que está en “reposo”.

Si en lugar de un motorista, lo que se aleja es una súper nave espacial que es capaz de viajar a la mitad de la velocidad de la luz, entonces el niño observará que el reloj de la persona de la nave va realmente despacio.

Si en lugar de una nave, se aleja un fotón, el niño observaría que el reloj de la persona que viaja junto al fotón está parado, no transcurre el tiempo.

Es decir, cuanto más se inclina la línea (cuanto más rápido se aleja el viajero del niño), el niño observa que más lento va el reloj del viajero.

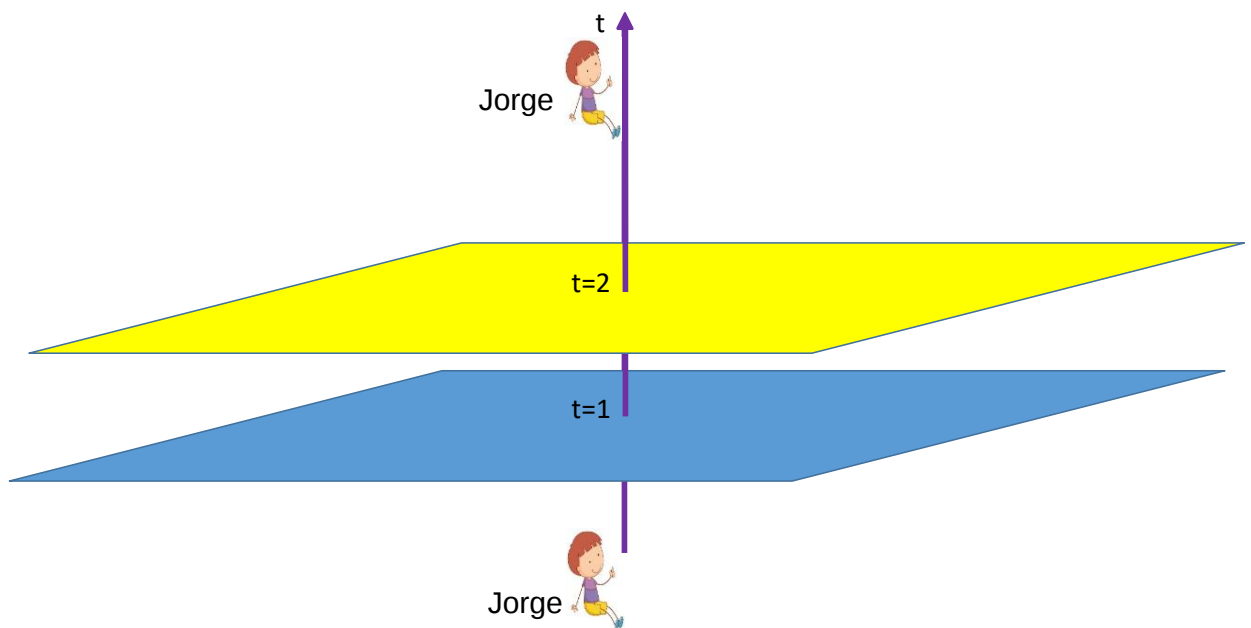


Recordemos que esto se puede construir siempre con la viceversa, y el de la moto observará que el reloj del niño transcurre más lentamente.

1.3.14. Sucesos simultáneos en relatividad

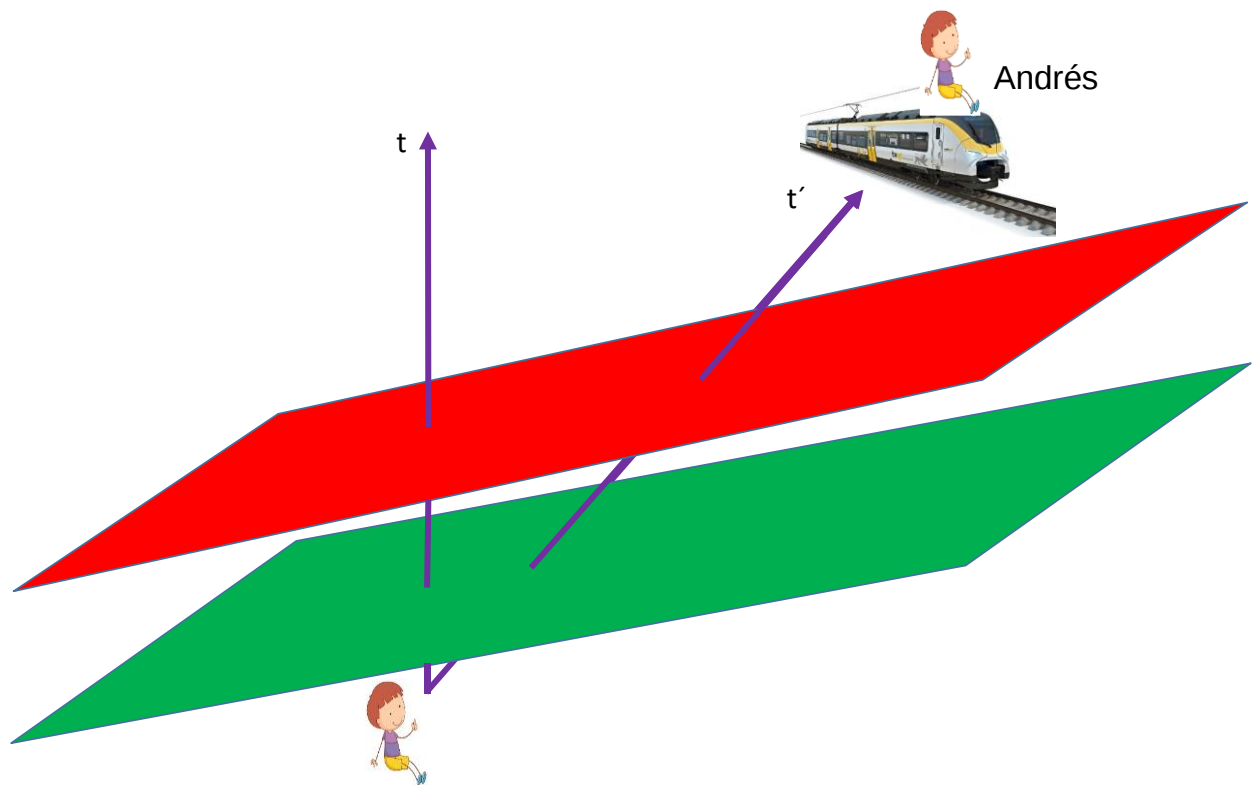
Analicemos ahora el caso de dos gemelos que se separan, para intentar entender qué considera cada uno como “sucesos simultáneos”.

Para Jorge, que se encuentra parado, está claro que los planos que nos muestran los sucesos que son simultáneos (para él) son los que se indican en el dibujo. El plano azul es el que incorpora todos los sucesos simultáneos de su instante $t=1$. El plano amarillo incorpora los sucesos simultáneos del instante $t=2$.



Todo lo que sucede en el plano azul ($t=1$) es simultáneo para Jorge. Y todo lo que sucede en el plano amarillo ($t=2$) es también simultáneo. Por supuesto, cuando las cosas suceden lejos de él, el tendrá que hacer los cálculos de cuánto tardó la luz en viajar hasta él, para saber lo que fue simultáneo. En esto no hay ningún misterio, es como siempre habíamos pensado.

Pero lo inquietante es que, al analizar cuáles son los sucesos simultáneos de Andrés, que es el viajero del tren, resultan ser así:



Cada observador en movimiento en velocidad uniforme tiene su propio esquema de “sucesos simultáneos”. Ya vimos al principio de este capítulo que no se pueden poner de acuerdo acerca de sucesos simultáneos dos personas que están en sistemas que se acercan o se alejan. Cuando analizamos la simultaneidad de los dos rayos que caían en los árboles, desde el punto de vista del viajero, y desde el punto de vista de la persona en el andén, vimos que sus resultados eran irreconciliables.

Y ahora, ¡por fin!, ya estamos preparados para poder resolver la paradoja de los gemelos.

1.3.15. La solución a la paradoja de los gemelos

Estamos ahora en condiciones de resolver la paradoja del gemelo viajero. Decíamos que es una paradoja, no por el hecho de que un gemelo envejezca más que el otro, sino por el hecho de que, según las transformaciones de Lorentz, uno debería envejecer más que el otro, pero también ¡el otro más que el uno!, y eso sí es una extraña paradoja.

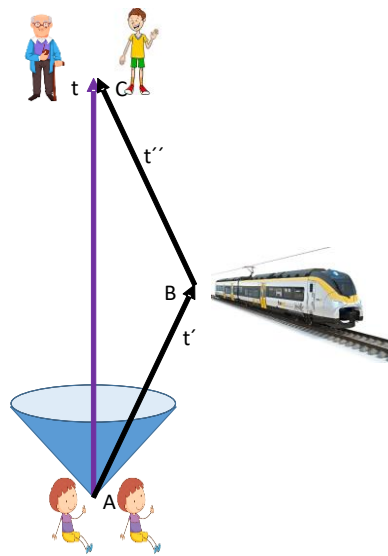
Einstein trabajó para dar solución a esta paradoja, hasta que lo logró en 1915.

La clave estaba en las aceleraciones.

Recordemos como era la paradoja. Andrés y Jorge se despiden. Jorge se queda en el andén, y Andrés coge un tren muy rápido cuya velocidad es cercana a la de la luz (por ejemplo $c/2$). Tras un largo viaje, regresa también muy rápido, y encuentra a su hermano mucho más envejecido. Pero Andrés, también podría haber considerado que era Jorge el que se había despedido y que él estaba parado en el tren **¿por qué Andrés regresa más joven y no Jorge?**

En realidad, el único que ha experimentado aceleraciones ha sido Andrés, que es el que coge el tren. Cuando Andrés se despidió de Jorge, Andrés notó cómo el tren experimentó una fortísima aceleración que lo acabaría situando a una velocidad de $c/2$. Su trayectoria en el espacio-tiempo ha pasado de ser una geodésica vertical (en reposo junto a su hermano) a inclinarse muchísimo (gran velocidad). Durante ese proceso de aceleración ha atravesado muchísimas geodésicas hasta que se colocó en una geodésica muy inclinada. Lo que él experimentó es que, a lo largo de todo ese breve tiempo en el que su trayectoria en el espacio-tiempo se va inclinando, su cuerpo quedaba totalmente aprisionado a su asiento debido a una aceleración descomunal. Después viajó por una nueva geodésica del espacio-tiempo mientras el tren se movía a una velocidad de $c/2$ (por inercia), y ahí Andrés hizo su vida normal, andaba por los pasillos y tomaba té con pastas en la cafetería. Cuando ya llegaba a su destino, comenzó a experimentar una deceleración brutal al haber iniciado el frenazo, que hizo que su cuerpo tendiera a salir disparado, y eso habría ocurrido si no fuera por el cinturón de seguridad que llevaba abrochado. Cuando llegó a su destino, el tren inició la marcha atrás a una aceleración brutal que, de nuevo, hizo que su cuerpo casi saliera disparado si no fuera por su cinturón. Viajó de regreso, y la inclinación de su nueva trayectoria en el espacio-tiempo es una nueva geodésica, ahora es en dirección a su hermano, de nuevo a una velocidad de $c/2$, moviéndose el tren otra vez por inercia. De nuevo pudo hacer vida normal a lo largo del recorrido de vuelta (viajaba flotando por una geodésica). Cuando iba llegando al andén donde le esperaba Jorge, el tren inició un brusquísimo frenazo que empujó el cuerpo de Andrés contra el respaldo del asiento, para quedarse por fin de nuevo parado junto a su hermano, quedándose en la antigua geodésica vertical que representa el reposo de Jorge (una trayectoria vertical en el espacio-tiempo).

Ninguna de todas estas fortísimas aceleraciones bruscas fue experimentada por Jorge, que estuvo siempre en un mundo estático y sin aceleraciones. La trayectoria de Jorge en el espacio tiempo fue en todo momento vertical y sin quiebros. Jorge se quedó todo el rato en la misma geodésica y de ahí no salió. Como han vivido cosas distintas, les pasan cosas distintas:



¿Qué ha sucedido?

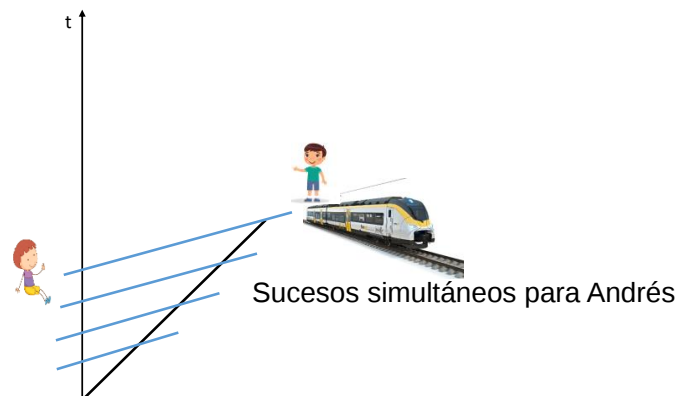
En el dibujo podemos entender que Andrés, que traza el camino “negro” ha recibido tres fuertes aceleraciones. La primera fue en A (por eso cambia de geodésica y pasa a inclinarse su geodésica). Luego en B sufre una fortísima aceleración, que le pone de nuevo en una geodésica distinta. Y finalmente en C sufre una nueva aceleración que le deja en la geodésica de “reposo” para poder conversar con su hermano envejecido.

Andrés, con el sistema de propulsión de su sistema de transporte, se ha conducido por el espacio-tiempo por un itinerario que, en su conjunto, no es una única geodésica, sino una línea “antinatural” formada por dos geodésicas distintas, **logrando un atajo en el tiempo**.

Pero aún no queda claro como sucede esto. Porque en todo momento, para Andrés el reloj de Jorge transcurre más lento. Y para Jorge el reloj de Andrés transcurre más lento. Entonces ¿dónde está el truco?

Veamos cuáles son los planos de sucesos simultáneos de Andrés (el que va en el tren) durante todo el proceso:

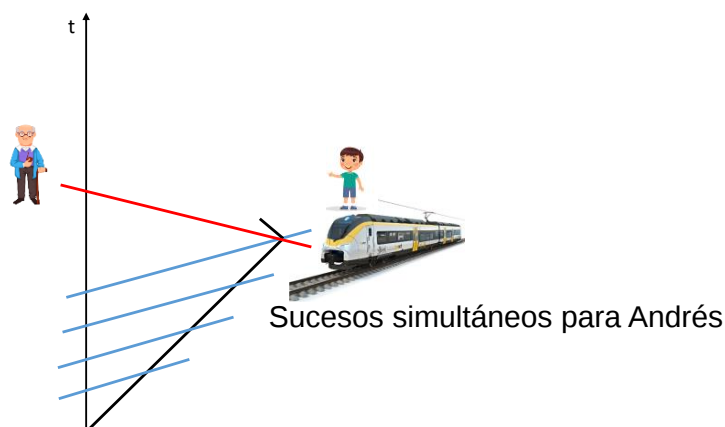
Durante todo el camino de ida, Andrés nota que envejece más rápido que Jorge, que se quedó en el andén (porque para Andrés es Jorge el que viaja).



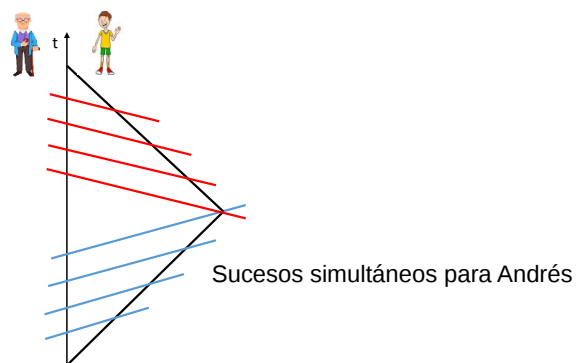
En efecto, si nos fijamos en los planos de sucesos simultáneos del viajero Andrés, al estar inclinados, podemos ver que el tiempo que ha vivido Andrés es mayor, que el tiempo que ha vivido Jorge, que sigue siendo un niño.

Pero justo en el momento en que inició la contramarcha y comenzó el viaje de vuelta, algo extraordinario pasó con su hermano gemelo. ¡Ha envejecido instantáneamente!

Esto es debido a que, al cambiar de sentido en su velocidad (ahora se acerca), sus planos de sucesos simultáneos tienen ahora una inclinación distinta (planos rojos de sucesos simultáneos).

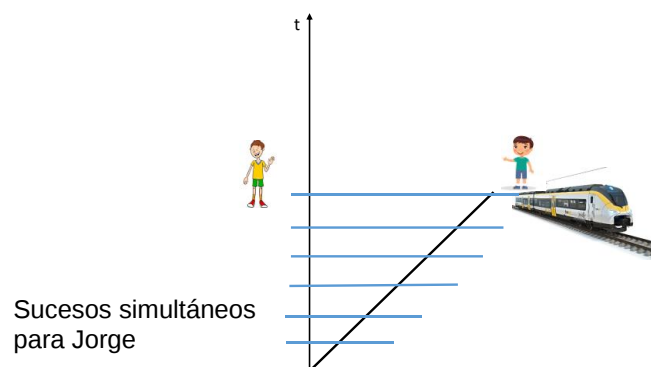


Durante todo el viaje de vuelta, de nuevo el reloj de su hermano Jorge en el andén va más lento que el suyo, y por tanto Andrés va envejeciendo más rápido, pero, aun así, cuando se vuelven a encontrar, Andrés es mucho más joven.

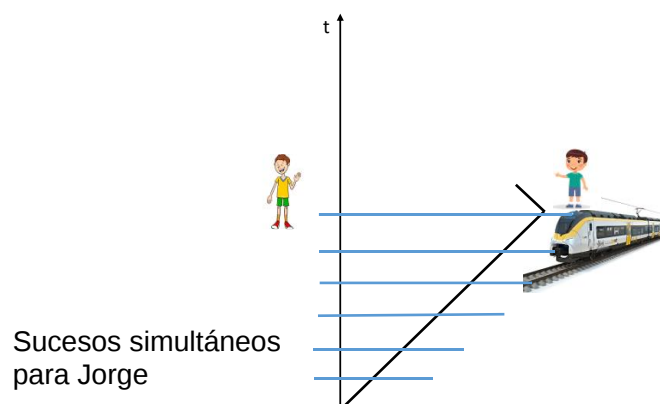


Veamos qué pasa si lo vemos desde el punto de vista de Jorge, que se quedó en el andén.

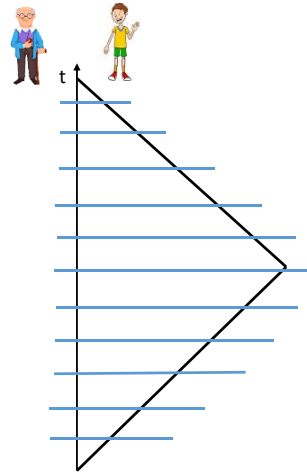
Para Jorge, en todo momento el reloj de Andrés va más lento, porque para Jorge es Andrés el que se mueve. Y, por tanto, Jorge envejece más rápidamente.



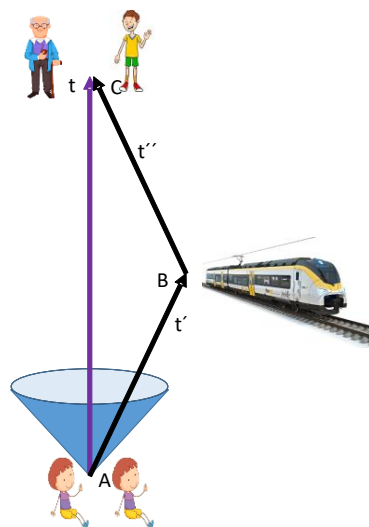
Cuando Andrés inicia el camino de vuelta, Jorge no experimenta que esté sucediendo nada extraño. Ni con él, ni con Andrés.



Y por fin cuando se encuentran, lógicamente, Jorge es mucho mayor, porque siempre su reloj fue más rápido que el de Andrés.

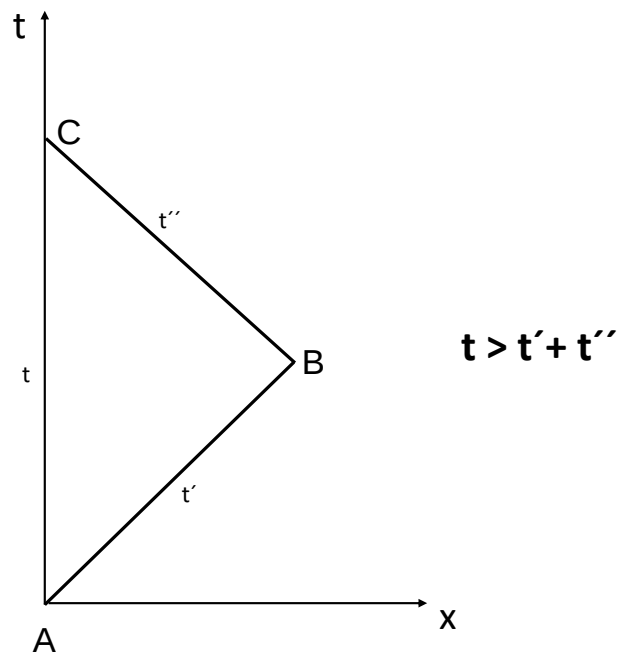


En realidad, en el esquema que hemos dibujado, cualquier camino que dibujemos entre A y C, que no sea el camino recto, **supone un atajo en el tiempo**.



El atajo en el tiempo es mayor cuanto más se inclinen los caminos de ida y de vuelta, es decir, cuanto mayor sea la velocidad (porque más lento irá el tiempo del viajero), y también cuanto más lejos se vaya.

Para Jorge, que se queda en el andén, ha transcurrido el tiempo t , mientras que para Andrés ha transcurrido el tiempo $t' + t''$, **que es menor que t** .



Tal y como lo representamos parece totalmente contraintuitivo que el tiempo $t' + t''$ sea menor que t . Pero, en efecto, así es. Cuanto más inclinemos la línea, más lento va el tiempo.

En definitiva, la clave a la hora de resolver la paradoja de los gemelos estaba en las aceleraciones, es decir, en las fuerzas a las que están sometidos los objetos. Estas aceleraciones logran salirse de la línea geodésica natural para tomar otras geodésicas distintas, y puedes así ir construyendo un atajo en el tiempo.

¿Pero por qué fue necesario tratar el tema de la gravedad? Acabamos de resolver el problema de la paradoja de los gemelos sin mencionar la gravedad para nada. Esto es lo extraordinario de la mente de Einstein. Él consideró que las aceleraciones tenían que ser equivalentes a la gravedad. Y por tanto si las aceleraciones producían un “atajo” en el tiempo, debía producirlo también la gravedad, como vemos a continuación.

1.3.16. Dilatación gravitacional del tiempo

Como hemos visto, nos queda explicar un último fenómeno que predijo la relatividad general. Se trata de la dilatación gravitacional del tiempo. El ritmo de los relojes se modifica debido a la gravedad, veamos como sucede esto.

De nuevo partimos del supuesto mental de Einstein de una caja que está en el espacio en ausencia de gravedad. Imaginemos que, dentro de esa caja, tenemos un científico en uno de los extremos (“techo”) y otro en el otro extremo (“suelo”).

En un inicio la caja se mueve a velocidad uniforme.

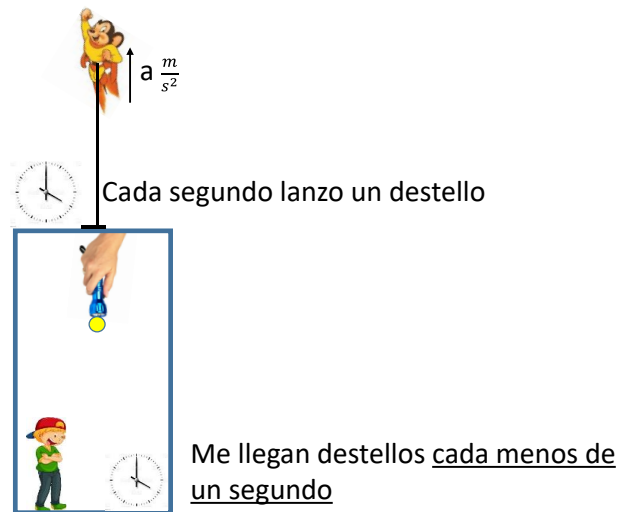
Cada uno tiene un reloj de alta precisión y el científico de arriba envía un destello de luz a su compañero de abajo, cada segundo.

Da igual a qué velocidad constante estuviera viajando la caja por el espacio, es evidente que el científico de abajo recibirá los destellos de luz también cada segundo (mientras la velocidad del ascensor permanezca uniforme).



Veamos qué sucede si la caja se mueve de manera acelerada.

Dado que el suelo se mueve más rápido que cuando el fotón salió del techo, el científico del suelo recibirá el destello de luz un poco antes de lo que correspondía. Con el siguiente destello vuelve a pasar lo mismo porque, de nuevo, el suelo va aún más rápido de lo que iba el techo cuando salió el fotón, así que, de nuevo, el científico de abajo vuelve a recibir ese nuevo destello un poco antes de lo que correspondía. El científico del suelo está midiendo con su reloj que los destellos llegan cada décimas de segundo y llamará al científico de arriba, quien asegurará que los está enviando exactamente cada segundo, según su reloj.



Tanto antes (cuando iba a velocidad constante), como ahora (que la caja se desplaza a velocidad acelerada), los fotones viajan a la velocidad de la luz, porque esto sigue siendo una constante. Y dado que el ascensor sigue midiendo lo mismo, el fotón debería tardar lo mismo, no importa que el ascensor vaya a velocidad uniforme o a velocidad acelerada ¿cómo es posible que ahora los destellos nos lleguen a intervalos menores de un segundo?

La única respuesta posible a lo que está sucediendo es que el tiempo del científico de la linterna pasa ahora más rápido.

Si el reloj de la persona de la linterna va más rápido de lo normal estará enviando los destellos más rápido de lo requerido, y por eso al de abajo le llegan cada menos de un segundo.

Otro efecto interesante es que, aunque para ambos científicos los fotones han viajado a la velocidad de la luz, el científico del “suelo” verá una luz con un color más “tendente al azul”.

El suelo está saliendo al encuentro del fotón y, cuando le alcanza, el suelo va más rápido de lo que iba el techo cuando el fotón inició el recorrido.

El periodo de tiempo entre cada máximo de onda se reduce y por tanto la luz la percibimos con mayor frecuencia.

Si la aceleración fuera muy alta, podríamos convertir una luz inofensiva en rayos gamma muy agresivos para el científico de abajo.

Seguro que ya te has dado cuenta de que este experimento mental lleva a unas conclusiones realmente sorprendentes aquí en la Tierra.

Puesto que nuestra situación equivale, a todos los efectos, a estar en un ascensor que se eleva con una aceleración de $9,8\text{m/s}^2$, resultará entonces que los relojes de las personas que viven en el piso más alto de un edificio van ligeramente más rápidos que los que viven en el primer piso. Los que viven en lo alto de una gran montaña envejecerían un poquitín más rápido.



Esto era solo un experimento mental en la cabeza de Einstein. Él consideraba que, si los ascensores acelerados eran equivalentes a la gravedad, y si había que cumplir la condición de que todos experimentamos una velocidad de la luz constante, entonces los relojes en lo alto del edificio debían adelantarse, sí o sí. Pero las variaciones son tan minúsculas que solo son perceptibles con relojes atómicos.

Esta predicción fue comprobada por primera vez en 1962 con dos relojes muy precisos situados uno en la cumbre y otro en la base de una torre. El reloj de la base se retrasaba respecto al que estaba en lo alto de la torre.

1.3.17. La Geometría no euclidiana

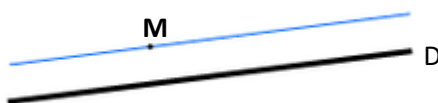
Una de las ideas más felices de Einstein, curiosamente surgió al reflexionar sobre la novela de “Los hermanos Karamazov” de Dostoievski. Por cierto, novela de obligatoria lectura para todos los alumnos de este curso (aunque no tiene absolutamente nada que ver). Esta novela, según Freud, es la “más grande novela jamás escrita”. Como el propio Einstein reconoció “aprendí más de Dostoievski que de cualquier otro pensador o científico”.

El personaje de la novela mencionada, Iván Karamazov, consideraba que, si bien dos rectas paralelas jamás se juntan en una geometría euclidiana, quizás si lo hagan en el infinito en algún punto.¹⁶ Curiosamente relacionaba esta hipótesis con la posibilidad de que Dios no existiera, con la posibilidad de que la existencia en este mundo no fuera “razonable”.

En el curso anterior, cuando hablamos de las curvas cónicas, ya vimos que los puntos del infinito podían llegar a tener una existencia matemática, especialmente cuando construíamos la hipérbola.

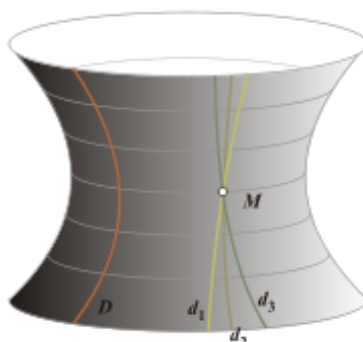
Dostoievski estaba al tanto de los avances realizados por los matemáticos sobre geometrías no euclidianas. Expliquemos qué es esto.

El quinto postulado de la geometría de Euclides, mencionado en su obra “Los elementos” del 300 a.C., considera que “por un punto exterior (M) a una recta (D) pasa **una, y solo una**, paralela a dicha recta”.



Se trataba de un postulado totalmente independiente del resto, que él consideró como algo razonable sobre lo que es posible construir el resto de su geometría. En el siglo XIX los matemáticos comenzaron a imaginar geometrías en donde no se cumplía este postulado. Por ejemplo, la geometría hiperbólica, donde por un punto exterior (M) a una recta (D) pasan más de una paralela. En el siguiente dibujo las líneas d_1 , d_2 y d_3 jamás se cruzan con la línea D.

¹⁶ “No obstante, hay que señalar que, si Dios existe y si realmente ha creado la Tierra, la ha creado, como sabemos positivamente, de acuerdo con la geometría euclidiana, y ha creado la mente humana con la noción de tres únicas dimensiones espaciales. Ha habido, sin embargo, y sigue habiendo en la actualidad, geómetras y filósofos, algunos de ellos admirables, que dudan de que todo el universo o, en un sentido más amplio, toda la existencia, haya sido creada, exclusivamente, de acuerdo con la geometría euclidiana, y que se atreven a imaginar incluso que dos líneas paralelas, las cuáles, según Euclides, en ningún caso pueden converger en la Tierra, quizá puedan encontrarse en algún punto del infinito.” Los hermanos Karamazov. Dostoievski. 1880.



Este postulado es totalmente independiente de los otros y puede perfectamente considerarse falso en determinado tipo de geometrías (por ejemplo, la hiperbólica), de manera que se podría construir todo un nuevo libro de “Los elementos” como el que construyó Euclides, pero ahora adaptado a estas nuevas geometrías no euclidianas. Esto es lo que hicieron Lobachevski y Gauss en la primera mitad del siglo XIX. Mantuvieron los primeros cuatro postulados de Euclides pero rechazaron el quinto sustituyéndolo por un enunciado semejante a este: “Por un punto exterior (M) a una recta (D) pasa más de una paralela”.

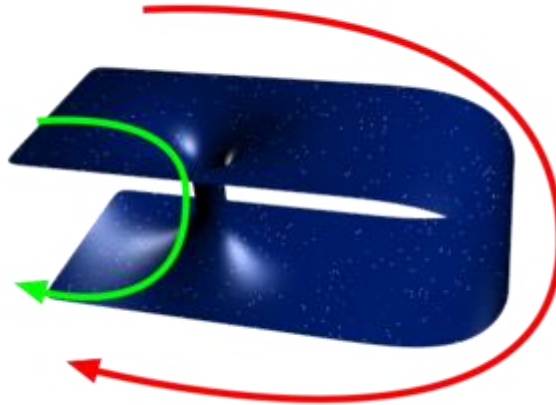
Este tipo de geometría es lo que permite una deformación del espacio-tiempo tan compleja como la que vimos en los apartados anteriores.

1.3.18. Los agujeros de gusano

Ahora que somos conscientes de que el espacio-tiempo puede deformarse, podemos imaginarnos un espacio-tiempo tan deformado que se pliegue sobre sí mismo.

Sería un caso similar a cuando doblamos una sábana juntando las esquinas de arriba con las de abajo. Si una hormiga tuviera que ir de la esquina superior de la sábana a la esquina inferior, tendría que recorrer toda la longitud de la sábana. Pero cuando la sábana la doblamos, quizás tenga la oportunidad de saltar directamente de la esquina superior a la inferior. Se trata de un salto que ha sido solo posible si la hormiga, de alguna manera, deja de pensar en ese mundo bidimensional de la sábana, y piensa en la tercera dimensión que le permite salir de la sábana para volver a entrar en ella, pero en otro lugar.

Imaginemos que el universo, en algunos lugares, estuviera plegado de manera semejante. En ese caso, quizás pudiera formarse un “agujero de gusano” entre una parte del universo y otra, y comunicar así dos puntos que, en realidad, están increíblemente alejados.



Por muy extraño que parezca todo esto, la relatividad ha demostrado ser muy robusta porque todos los experimentos que hemos hecho hasta ahora cumplen lo que ésta predice. Lo vemos en el siguiente apartado.

1.3.19. El éxito de la Relatividad. Sus demostraciones

Como decíamos, todas estas elucubraciones pueden hacernos dudar de si, en efecto, la naturaleza se comporta de esta manera. Pero, como vamos a ver ahora, todos los experimentos que se han realizado dan la razón, una y otra vez, a la relatividad de Einstein. Solo hay un problema. Sus supuestos son incompatibles con la teoría de la mecánica cuántica, la cual, como veremos, también se cumple escrupulosamente en todos los experimentos.

La teoría de la relatividad está considerada una de las más bellas y exitosas construcciones mentales del ser humano. Si se considera que fue enteramente concebida por una única mente, el éxito es asombroso.

Ya mencionamos algunos ejemplos donde esta teoría había resultado vencedora. En 1962 se demostró que el reloj atómico en lo alto de la torre se adelanta respecto al reloj atómico en su base. También se comprobó que la luz se curva bajo el efecto gravitatorio del sol, en el eclipse de 1919.

Indicaremos a continuación otros ejemplos singulares donde esta teoría ha salido vencedora.

La órbita de Mercurio

La relatividad general acabó con el dominio de Newton en la física.

Según la ley de Newton, cualquier modificación en la masa de la estrella afecta **de manera instantánea** a la órbita de su satélite, por muy lejos que éste se encuentre.

Sin embargo, según Einstein, nada puede viajar más rápido que la luz.

Einstein consideraba que la masa de la estrella producía un campo gravitacional que deformaba el espacio-tiempo, y cualquier modificación en la masa de la estrella solo podría tener efecto instantes después, cuando llegue esa modificación a la velocidad de la luz.

Desde tiempos de Le Verrier, en el siglo XIX, se había demostrado experimentalmente que la órbita de Mercurio no encajaba con las predicciones de Newton. El fallo era minúsculo, pero ahí estaba, y era muy molesto.

Le Verrier consideraba que debía de existir un planeta entre Mercurio y el sol, que sería el causante de estas perturbaciones. Este planeta llegó incluso a tener nombre (Vulcano), pero nunca se encontró.

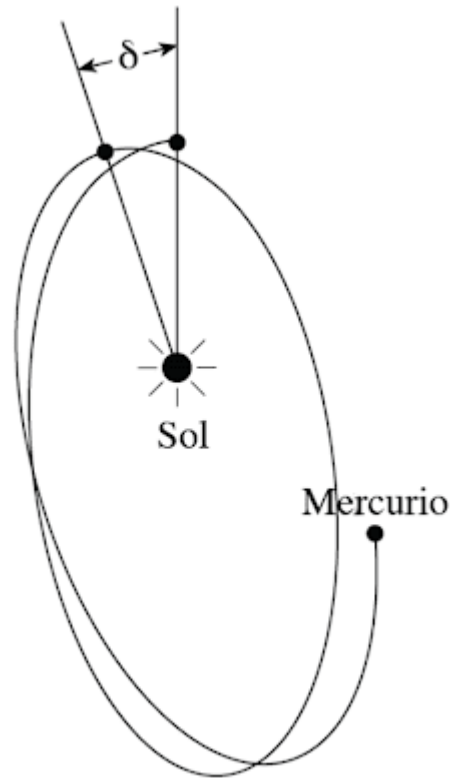
En 1907 Einstein ya intuía que la relatividad podría ser la causante de esta disparidad entre la órbita teórica y la realmente medida.

Ese año escribía a un amigo suyo *«Espero poder explicar esta discrepancia con mi versión relativista sobre la gravitación que acabo de empezar a construir»*.

En 1915, una vez que trajo a la luz la Relatividad General, fue capaz de resolver los cálculos exactos y la órbita resultante coincidió exactamente con las medidas experimentales.

¡La Relatividad General de Einstein había salido vencedora frente a Newton!

«Estuve tres días fuera de mí cociéndome en una gozosa excitación». «Por unos pocos días, me sentí lleno de gozo».



La energía nuclear

La relatividad especial de Einstein ya predijo en 1905 que cualquier material con masa, aunque estuviera en reposo, tenía una energía intrínseca igual a:

$$E = mc^2$$

Es decir, de alguna manera, masa y energía eran intercambiables. La masa podía transformarse en energía, y la energía en masa.

La forma de convertir la masa en energía fue investigada y puesta a punto en plena Segunda Guerra Mundial, con consecuencias para todos conocidas.

Según esta fórmula, un kg de masa (un litro de agua) contiene una energía intrínseca asombrosa

$$1 \text{ kg} = 9 \times 10^{16} \text{ J}$$

Una energía que equivale a más de mil bombas de Hiroshima.

GPS

Es por muchos conocido que la tecnología GPS funciona por triangulación con tres satélites. Nuestro aparato GPS emite señales a tres satélites que se encuentran en el espacio. Cada uno de los satélites calcula el tiempo que ha tardado la señal en llegar desde el GPS hasta allí. En función del tiempo transcurrido el satélite puede calcular la distancia a la que se encuentra el objeto. A partir de tres distancias conocidas, los tres satélites se ponen de acuerdo en la situación exacta del objeto.

En la década de los años 60, cuando fue técnicamente posible colocar relojes atómicos en los primeros satélites GPS, los diseñadores del sistema aún albergaban alguna duda de si deberían rectificar los tiempos teniendo en cuenta que el satélite se encuentra a una gran altura sobre la Tierra, y por tanto, según la relatividad general, su tiempo transcurre más rápido. Además, era necesario considerar la velocidad del satélite, lo cual arrastra su propio transcurrir temporal. Pronto se demostraría que, si no se tenía en cuenta esa rectificación en los cálculos de posicionamiento, en menos de un día los errores acumulados harían un fallo en el posicionamiento del GPS de kilómetros, y este error se iría acumulando día a día.

1.3.20. Un duro golpe al materialismo

Si repasamos todo este capítulo sobre relatividad, hemos insistido en que el espacio absoluto, en realidad, no existe como tal. Y si no existe ¿qué es lo que se deforma?

Recordemos que Newton necesitaba la hipótesis de la existencia de un espacio absoluto que estuviera en reposo absoluto, una especie de “tapete” de tres dimensiones, totalmente quieto y pasivo, donde “ocurren” todas las cosas.

¿Por qué necesitaba Newton la existencia de ese espacio absoluto?

No había problema con las velocidades, estas podían medirse respecto a cualquier sistema de referencia que estuviera móvil o en reposo. El problema venía con las aceleraciones. Y las aceleraciones sí tenían que medirse respecto a algo. Las aceleraciones provocan efectos claros dentro del habitáculo, sus consecuencias son “constatables y reales”. Cuando aceleramos debe ser respecto a algo que está quieto, respecto algún espacio absoluto fijo.

Pero Einstein, como hizo Berkeley mucho antes, descarta la existencia de un espacio absoluto real. Lo que existe son solo las medidas que las personas hacemos, **las medidas** de distancia, las medidas de tiempo.

Y esas medidas, cuando las analizamos, responden a la hipótesis matemática de un espacio-tiempo deformado. Si bien, más allá de las cosas y del campo gravitatorio, el espacio-tiempo no existe de manera absoluta en realidad.

Dejemos hablar a Einstein *“Según la teoría de la relatividad general, el espacio no tiene existencia peculiar al margen de ‘aquello que llena el espacio’”* (al margen de las cosas). Si suprimimos las cosas, y el campo gravitatorio, *“no queda absolutamente nada, ni siquiera un espacio topológico”*. *“El espacio vacío, es decir, el espacio sin campo no existe”*.

Esta línea de pensamiento filosófico que niega la existencia de un espacio absoluto procede, en un origen, de Leibnitz y Berkeley, luego rescatada por Mach y Poincaré, y finalmente Einstein logra la construcción de toda la base matemática.

La propia teoría de la relatividad de Einstein supuso un durísimo golpe al materialismo, entendiéndolo como filosofía que únicamente da validez a la materia, al espacio y al tiempo.

Con todo lo expuesto hasta ahora, no podemos estar seguros de que el espacio tenga una existencia por sí mismo. Tampoco el tiempo es algo absoluto, ni podemos hablar de “simultaneidad absoluta”. Tampoco la materia tiene una realidad absoluta, puesto que la masa es algo también relativo, así como la energía. Tampoco existen en realidad conceptos como “fuerza de gravedad” o “fuerza de inercia”.

Como diría Berkeley hace ya unos trescientos años: *“fuerza, gravedad y términos similares, cuando son utilizados por los filósofos para significar naturalezas independientes y absolutas, separadas de todas las cosas, que en realidad ni son objeto de los sentidos, ni pueden ser concebidos de ninguna manera por el intelecto, ni representadas por la imaginación, entonces es cuando producen errores y confusión”*. *“Se ha supuesto que significan algo diferente del móvil, del movimiento o del reposo, sin embargo, en realidad todo eso **no es nada**”*. *“Son términos útiles para los razonamientos y los cálculos referentes a los movimientos, **pero no para la comprensión de la naturaleza**”*. Para Berkeley *“La atracción gravitatoria, desde luego es evidente que fue empleada por Newton, no como una cualidad verdadera y física, sino solo como hipótesis **matemática**”*.

Si Berkeley levantara la cabeza diría que toda la construcción de relatividad especial y general es también un magnífico ingenio matemático que nos permite calcular los movimientos de los cuerpos de manera aún más precisa que lo logró Newton, pero no le daría validez real ontológica a un “espacio-tiempo deformado”, sino que lo consideraría solo una hipótesis matemática que funciona muy bien para predecir movimientos.

Pero es que Berkeley va mucho más allá, para él nada material tiene existencia por sí mismo. Las cosas solo tienen existencia en la mente de “alguien”. Tendremos que volver a hablar de este genial filósofo cuando tratemos la mecánica cuántica. Pero antes de entrar en ese increíble mundo cuántico es necesario abordar ahora los desafíos que la física tiene aún por delante. Creo que el siguiente capítulo te dejará muy sorprendido, especialmente cuando nos detengamos en el Principio Antrópico.